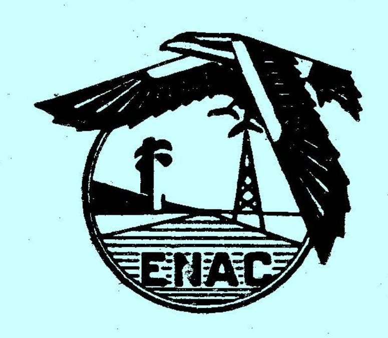
SECRÉTARIAT GÉNÉRAL A L'AVIATION CIVILE

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

CIRCUITS ELECTRONIQUES

PAR

M. SIENNAT



2e Édition | Mars 1964 | T.N.A/I

SECRETARIAT GENERAL A L'AVIATION CIVILE

ECOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

CIRCUITS ELECTRONIQUES

PAR

M. SIENNAT

2ème Edition

Mars 1964

T.N.A/I

INTRODUCTION

On désigne sous le vocable d'Electronique la partie de la Science ou de la Technique qui étudie les phénomènes de conduction électrique dans le vide, dans les gaz et dans les semi conducteurs et qui utilise des dispositifs basés sur ces phénomènes (vocabulaire électronique, groupe 07, mars 1953) .

L'électronique à reçu des applications d'une importance considérable dans le domaine de l'Aéronautique . Parmi ces innombrables applications on peut citer par ordre d'importance :

- Les Télécommunications qui assurent la diffusion des innombrables messages nécessaires à la bonne organisation du trafic Aérien, et à la Sécurité Aérienne .

- Les Aides à la Navigation Aérienne, ou dispositifs de "Radionavigation" qui permettent aux équipages de se diriger en tout lieu et par tous les temps.

- Les machines à calculer électroniques et les dispositifs de commande automatique ou de Télécommande, de plus en plus utilisés dans les Techniques de l'Aviation .

Les émetteurs, les récepteurs, les radars, les appareils de Radionavigation, les machines à calculer, les dispositifs de commande automatique, qui permettent les applications précédemment citées, sont une association parfois complexe et sans cesse perfectionnée, de petits ensembles électroniques .

Nous citerons :

- Les amplificateurs de divers types,
- Les Oscillateurs et les bascules,
- Les Redresseurs,
- Les Détecteurs ou démodulateurs,
- Les Modulateurs,
- Les Dispositifs de commande automatique de gain de fréquence. etc...

Il va de soi que ces ensembles élémentaires sont eux mêmes une association de tubes électroniques, de Semi-conducteurs (transistors, diodes, thermistances) de résistances, de condensateurs, de bobines de self induction, de transformateurs etc...

Par suite on peut définir un ordre de progression dans l'étude des applications diverses de l'Electronique .

a) Mathématiques de base,
b) Electricité et Electrotechnique
c) Electronique (tubes et semi-conducteurs)
d) Circuits électroniques élémentaires
e) Ensembles électroniques utilisés dans les Techniques des Télécommunications, de la Radionavigation, etc...

Le présent ouvrage se situe au paragraphe (d) de cette classification, et par suite il suppose connus les éléments de Mathématiques d'électricité et d'électronique de base .

PREMIERE PARTIE

ETUDES DES CIRCUITS ELECTRIQUES

CIRCUITS FERMES, CIRCUITS OUVERTS

PREAMBULE

DIVERS TYPES DE COURANTS ELECTRIQUES PARCOURANT LES CIRCUITS ELECTRONIQUES ELEMENTAIRES

Au cours de l'étude que nous allons entreprendre d'abord sur les circuits électriques, puis sur les circuits comportant des tubes et des transistors, nous rencontrerons diverses sortes de courants électriques que l'on peut classer de la manière suivante :

1°) Des courants continus, c'est-à-dire supposés constants dans le temps, sauf phénomènes transitoires au moment de l'ouverture ou de la fermeture des circuits .

2°) Des courants alternatifs sinusoïdaux c'est-à-dire des courants ayant pour valeur instantanée $i = I \sin(\omega t + \varphi)$

3°) Des courants alternatifs sinusoïdaux superposés à des courants continus, c'est-à-dire ayant pour valeur instantanée
$$i = I_0 + I \sin(\omega t + \varphi)$$

4°) Des courants variables périodiquement dans le temps mais non sinusoïdaux et ayant ou non une composante continue

5°) Des courants variables dans le temps mais non périodiques .

Les propriétés des circuits parcourus par des courants continus et par des courants alternatifs sinusoïdaux sont abondamment traités dans les cours d'électricité . Nous examinerons cependant certains circuits propres aux montages électroniques .

Notre propos pour l'instant est de faire une étude simple sur les courants périodiques non sinusoïdaux . Pour pouvoir écrire une expression mathématique de ces courants, on a recours au théorème de Fourier .

Théorème de Fourier . Toute fonction périodique de période 2π radians non sinusoïdale et continue dans l'intervalle de 0 à 2π peut être décomposée en une somme infinie de fonctions périodiques sinusoïdales dont les fréquences sont des multiples exacts de la fréquence fondamentale $f = \frac{1}{T}$, T étant la durée de la période de la fonction

Ce Théorème signifie que par exemple la fonction $y = f(x)$ représentée par la figure ci-dessous (fig.1) qui est périodique de période 2π , et continue dans cet intervalle peut s'écrire sous la forme .

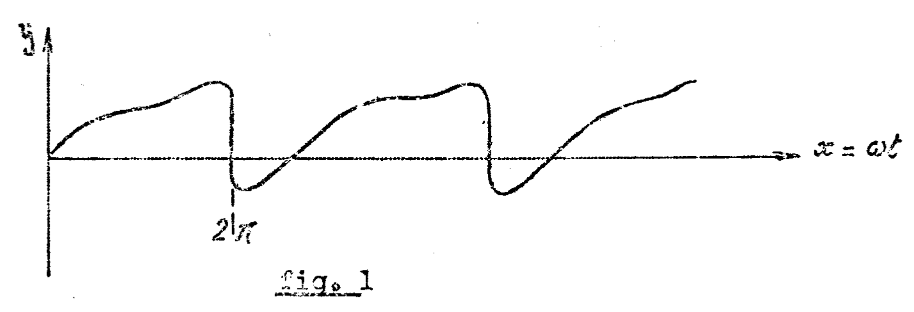


fig. 1

$$y = A_0 + A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2 \omega t + \ldots\ldots + A_n \sin n \omega t$$

$$B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2 \omega t + \ldots\ldots + B_n \cos n \omega t$$

ω étant la pulsation fondamentale $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
n " un entier quelconque

A_0 , A_1 .... A_n , B_1 .... B_n , étant des coefficients dont la valeur dépend de l'allure de la courbe représentant la fonction $y = f(x)$

Pour calculer le coefficient A_0 on intègre entre 0 et 2π la fonction $y = f(x)$ et l'on trouve :

$$\int_0^{2\pi} f(x)\, dx = 2\pi A_0$$

les autres termes étant nuls .
On en déduit

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x)\, dx \qquad (1)$$

En multipliant chaque terme de la série par $\sin x$ et en intégrant entre 0 et 2π on trouve de même :

$$\int_0^{2\pi} f(x) \sin x \, dx = \pi A_1$$

d'où l'on tire

$$A_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin x \, dx \qquad (2)$$

Et d'une manière générale

$$A_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\,\sin nx\;dx \qquad (3)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\,\cos nx\;dx \qquad (4)$$

Dans le cas ou la variable est le temps on a

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^{T} f(t)\,dt \text{ , T étant la durée de la période} \qquad (5)$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^{T} f(t)\,\sin n\omega t\;dt \qquad (6)$$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^{T} f(t)\,\cos n\omega t\;dt \qquad (7)$$

On démontre que lorsque la courbe $y = f(x)$ est constituée par deux demi-périodes égales et de signe contraire les coefficients pairs A_0 , A_2 , A_4 , etc. , B_2 , B_4, etc... sont nuls .

Si, de plus chaque demi-période est formée de deux quarts de période symétriques par rapport à l'ordonnée qui correspond au quart de la période, les coefficients B sont nuls .

Cas d'un courant alternatif dont une demi-période (ou plus d'une demi-période) est supprimée (fig. 2)

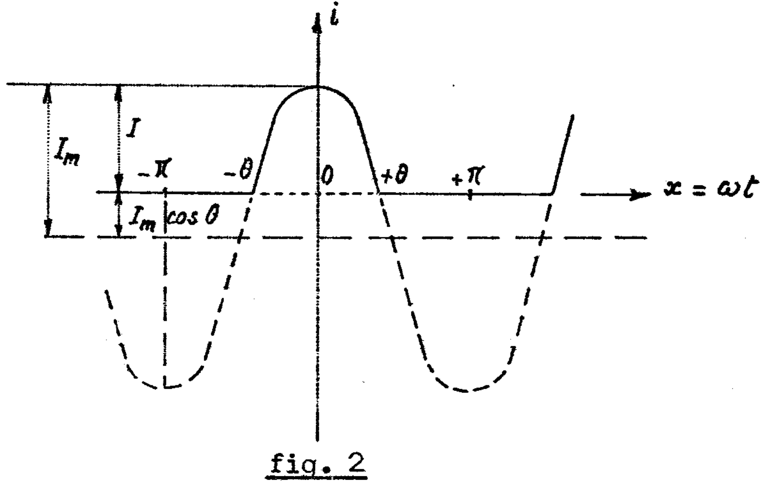


fig. 2

Le courant i peut se mettre sous la forme

$$i = A_0 + A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + \ldots + A_n \sin n \omega t$$

$$+ B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2 \omega t + \ldots + B_n \cos n \omega t$$

L'origine des abscisses étant placé au point correspondant au maximum de courant, il est évident que le terme fondamental sera en cosinus et que par suite de la symétrie par rapport à l'axe des i , les termes A_1 , A_2 , A_n , seront nuls . La fonction s'écrira en posant $\omega t = x$

$$i = A_0 + B_1 \cos x + B_2 \cos x + \ldots + B_n \cos n x$$

Calcul de A_0

La formule générale étant $A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i . dx$ (1)

Il est plus commode d'écrire

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} i . dx$$

Et comme la fonction est nulle de $-\pi$ à $-\theta$ et de $+\theta$ à $+\pi$

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta}^{+\theta} i . dx$$

Or la figure 2 nous donne :

$$i = I_m \cos x - I_m \cos \theta = I_m (\cos x - \cos \theta)$$

avec $I = I_m - I_m \cos \theta$

soit $I_m = \frac{I}{1 - \cos \theta}$

donc finalement $i = \frac{I}{1 - \cos \theta} (\cos x - \cos \theta)$

et le coefficient sera égal à

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\theta}^{+\theta} \frac{I}{1 - \cos \theta} (\cos x - \cos \theta)\, dx$$

soit $A_0 = \frac{I}{2\pi (1 - \cos \theta)} \int_{-\theta}^{+\theta} (\cos x - \cos \theta)\, dx$

$$A_o = \frac{I}{2\pi(1-\cos\theta)} \left[\sin x - x\cos\theta\right]_{-\theta}^{+\theta}$$

$$\boxed{A_o = \frac{1}{\pi}\,\frac{\sin\theta - \theta\cos\theta}{1-\cos\theta}} \qquad (8)$$

Calcul de Bn

Nous aurons de même

$$B_n = \frac{I}{\pi(1-\cos\theta)} \int_{-\theta}^{+\theta} (\cos x - \cos\theta)\cos nx\,dx \quad (9)$$

Calculons:

$$\int_{-\theta}^{+\theta} (\cos x - \cos\theta)\cos nx\,dx$$

$$= \int_{-\theta}^{+\theta} \frac{\cos(n+1)x}{2}\,dx + \int_{-\theta}^{+\theta} \frac{\cos(n-1)x}{2}\,dx - \int_{-\theta}^{+\theta} \cos\theta\cos nx\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(n+1)x}{n+1}\right]_{-\theta}^{+\theta} + \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(n-1)x}{n-1}\right]_{-\theta}^{+\theta} - \left[\frac{\sin nx\cos\theta}{n}\right]_{-\theta}^{+\theta}$$

$$= \frac{\sin(n+1)\theta}{n+1} + \frac{\sin(n-1)\theta}{n-1} - \frac{\sin(n+1)\theta}{n} - \frac{\sin(n-1)\theta}{n}$$

après réduction au même dénominateur et simplification:

$$\int_{-\theta}^{+\theta} (\cos x - \cos\theta)\cos nx\,dx = \frac{(n+1)\sin(n-1)\theta - (n-1)\sin(n+1)\theta}{(n^2-1)\,n}$$

On obtient

$$B_n = \frac{I}{n\,(n^2-1)\,\pi}\;\frac{(n+1)\sin(n-1)\theta\;-\;(n-1)\sin(n+1)\theta}{1-\cos\theta} \qquad (10)$$

L'expression (10) ne peut se calculer que pour $n \neq 1$ car il y aurait indétermination . Calculons B_1

$$B_1 = \frac{I}{\pi\,(1-\cos\theta)} \int_{-\theta}^{+\theta} (\cos x - \cos\theta)\cos x \, dx$$

Calculons d'abord :

$$\int_{-\theta}^{+\theta} (\cos^2 x - \cos x \cos\theta)\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-\theta}^{+\theta} dx + \frac{1}{2}\int_{-\theta}^{+\theta} \cos 2x - \int_{-\theta}^{+\theta} \cos x \cos\theta \, dx$$

$$= \frac{1}{2}\Big[x\Big]_{-\theta}^{+\theta} + \frac{1}{2}\Big[\frac{\sin 2x}{2}\Big]_{-\theta}^{+\theta} - \Big[\sin x \cos\theta\Big]_{-\theta}^{+\theta}$$

$$= \theta + \frac{\sin 2\theta}{2} - 2\sin\theta\cos\theta$$

$$= \theta + \sin\theta\cos\theta - 2\sin\theta\cos\theta$$

$$= \theta - \sin\theta\cos\theta$$

On obtient finalement

$$B_1 = \frac{I}{\pi} \cdot \frac{\theta - \sin\theta\cos\theta}{1-\cos\theta}$$

En connaissant les termes A_0 , B_1 ,..., B_n ,on peut écrire la série de Fourier :

$$i = \frac{I}{\pi} \frac{\sin\theta - \theta\cos\theta}{1-\cos\theta} + \frac{I}{\pi} \frac{\theta - \sin\theta\cos\theta}{1-\cos\theta} \cos \omega t + \frac{1}{6\pi} \frac{3\sin\theta - \sin 3\theta}{1-\cos\theta} \cos \omega t$$

$$+ \frac{I}{24\pi} \frac{4\sin 2\theta - 2\sin 4\theta}{1-\cos\theta} \cos \omega t + \frac{I}{60\pi} \frac{5\sin 3\theta - 3\sin 5\theta}{1-\cos\theta} \cos 4\omega t$$

$$+ \dots + \frac{I}{n(n^2-1)\pi} \frac{(n+1)\sin(n-1)\theta - (n-1)\sin(n+1)\theta}{1-\cos\theta} \cos n\omega t$$

Cette série se simplifie considérablement lorsque $\theta = \pi/2$, ce qui correspond à un courant alternatif sinusoïdal auquel on a supprimé une alternance . En faisant $\theta = \pi/2$ dans la série ci-dessus, on trouve:

$$i = \frac{I}{\pi} + \frac{I}{2}\cos \omega t + \frac{2I}{3\pi}\cos 2\omega t - \frac{2I}{15\pi}\cos 4\omega t + \frac{2I}{35\pi}\cos 6\omega t + \dots$$

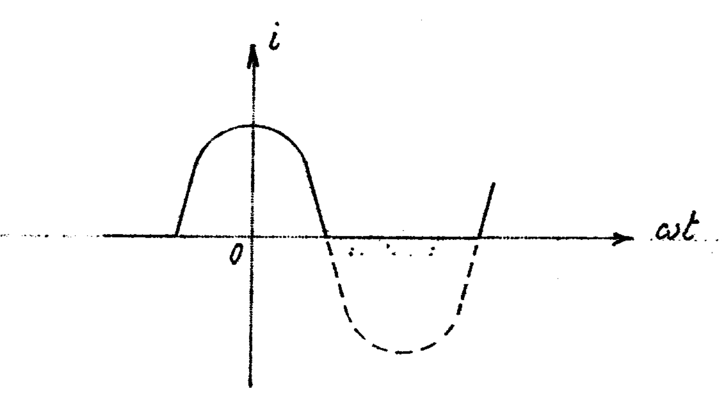


Fig. 3

Cas d'un courant formée d'impulsions successives rectangulaires (fig.3)

Nous appellerons t_1 , la durée de l'impulsion et T la durée de la période . La variable étant le temps, on doit utiliser les formules (5), (6) et (7).

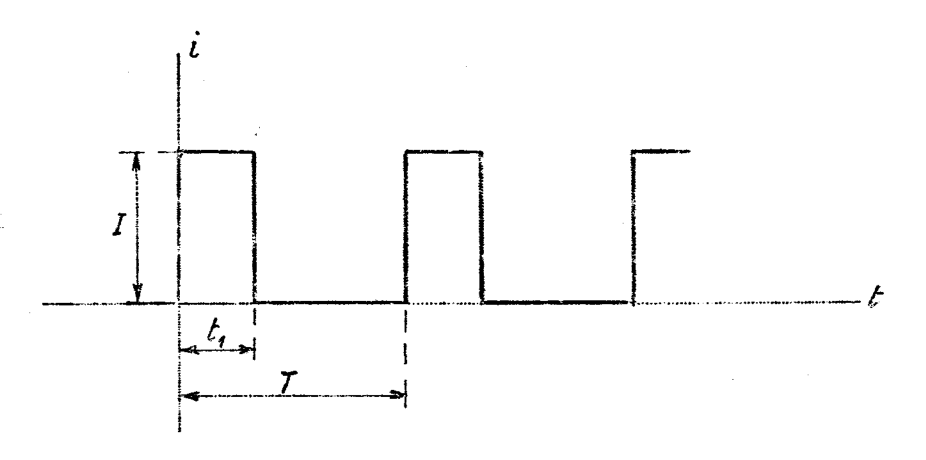


Fig. 4

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$$

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin\omega t\,dt$$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos\omega t\,dt$$

On trouve après calcul:

$$i = I\frac{t_1}{T} + \frac{I}{\pi}\left(1-\cos 2\pi\frac{t_1}{T}\right)\sin\omega t + \frac{I}{2\pi}\left(1-\cos 4\pi\frac{t_1}{T}\right)\sin 2\omega t + \dots$$

$$+ \frac{I}{n\pi}\left(1-\cos 2n\pi\frac{t_1}{T}\right)\sin n\omega t + \dots + \frac{I}{n\pi}\sin 2\pi n\frac{t_1}{T}\cos n\omega t$$

Il faut remarquer que t_1 ne doit pas être trop petit devant T car alors $\left(1-\cos 2n\pi\frac{t_1}{T}\right)$ et $\sin 2n\pi\frac{t_1}{T}$ tendent vers zéro et la relation n'a plus de sens .

Dans le cas où $t_1 = \frac{T}{2}$, la série s'écrit :

$$i = \frac{I}{2} + \frac{2I}{\pi} \sin \omega t + \frac{2I}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{2I}{5\pi} \sin 5\omega t$$

En dehors des cas typiques de courants périodiques que nous venons d'étudier, on rencontre souvent en électronique des courants alternatifs sinusoïdaux ayant subi une déformation après passage dans un amplificateur . Dans ce cas également le courant déformé, qui était avant passage dans l'amplificateur de la forme

$$i = I \sin \omega t$$

devient de la forme

$$i' = I_1 \sin \omega t + I_2 \sin (2\omega t + \varphi_1) + I_3 \sin (3\omega t + \varphi_2) + \ldots$$
$$\ldots + I_n \sin (n\omega t + \varphi_n)$$

On dit que ce courant est affecté de distorsion harmonique et on appelle taux de distorsion le rapport :

$$D\% = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + \ldots + I_n^2}}{I_1} \times 100$$

Les coefficients I_2 , I_3 ,..., I_n , dépendent des caractéristiques de l'amplificateur . Ils peuvent être déterminés par le calcul ainsi que nous le verrons dans la suite de ce cours .

Il est également possible de les mesurer sur un amplificateur existant au moyen d'un appareil appelé " Distorsiomètre" .

CHAPITRE I

ELEMENTS CONSTITUTIFS DES CIRCUITS PASSIFS

On appelle circuits passifs des circuits ne comprenant que des résistances, des inductances et des condensateurs, à l'exclusion de tout tube électronique ou transistor . Ces éléments étant utilisés à des fréquences parfois élevées, il est intéressant d'étudier leur constitution et leur comportement suivant les fréquences des courants et des tensions qui sont susceptibles de leur être appliqués .

1,1 RESISTANCES

Il existe 3 types de résistances communément utilisées en électronique :

- Les résistances agglomérées
- Les résistances à couche de carbone
- Les résistances bobinées .

1,11 Résistances agglomérées

Elles sont constituées par une pâte de graphite en poudre agglomérée par un liant . La résistance est moulée sous forme d'un bâtonnet, les connexions de sortie sont serties dans la masse moulée, comme l'indique la figure 5 .

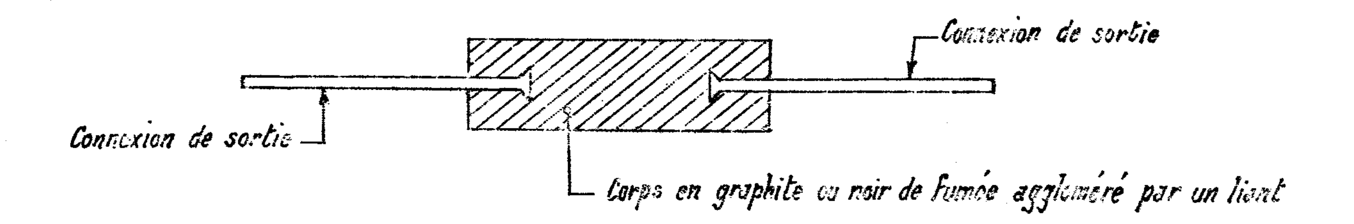


Fig. 5

On peut obtenir diverses valeurs de la résistance, pour un même diamètre et une même longueur du bâtonnet . Pour cela on fait varier la résistivité de la pâte par divers moyens :

- par mélange en proportion convenable de carbone de diverses provenances ayant des résistivités différentes.
- par modification des proportions de carbone et de liant,
- par modification des dimensions des particules de carbone .

Pour obtenir une bonne précision on procède par triage après fabrication .

Les résistances ainsi obtenues sont d'un prix très bas mais présentent les inconvénients suivants :

- Précision assez moyenne
- Stabilité médiocre (la résistance varie avec le temps et avec la température).
- Force électromotrice de souffle assez important dû aux variations de résistance de contact entre les particules .

1,1,2 Résistance à couche de carbone

Ces résistances sont réalisées à partir d'un bâtonnet de verre ou de céramique sur lequel on dépose une mince couche de carbone . Après dépôt, on découpe dans cette couche une hélice, afin de ne laisser qu'un mince ruban conducteur .Ce qui permet d'obtenir des valeurs élevées de la résistance ainsi que l'ajustage de la valeur par modification du pas de l'hélice (Fig.6)



Fig. 6

Ce type de résistances présente sur les résistances agglomérées les avantages suivants :

- Stabilité supérieure,
- F.e.m de souffle plus faible,
- Capacité parasite faible,
- Effet de peau presque inexistant .

Par contre les résistances à couche sont d'un prix plus elevé que les résistances agglomérées, et elles présentent une plus grande fragilité .

On fabrique des résistances à couche et des résistances agglomérées pouvant dissiper par effet Joule, des puissances allant - suivant les dimensions- de 0,25 watts, à 2 watts, pour les fabrications courantes .

1,13 Résistances bobinées

Elles sont obtenues par bobinage sur un support céramique cylindrique, d'un fil de Nickel-chrome ou de Constantan (55Cu,45Ni) Le bobinage est ensuite recouvert d'une couche d'émail vitrifiable afin d'éviter l'oxydation du fil .

Les résistances bobinées sont utilisées lorsque l'on a besoin d'une grande stabilité, de valeurs très précises ou lorsque la puissance a dissiper pour effet Joule est importante. Leur prix est élevé .

Les résistances bobinées ayant leur fil disposé en solénoïde, présentent une inductance parasite non négligeable qui peut être fortement diminuée en utilisant le bobinage Ayrton-Perry (fig. 7) La moitié de la résistance est enroulée dans un sens, et l'autre moitié en sens inverse, de sorte que les deux demi-inductances parasites tendent à s'annuler .

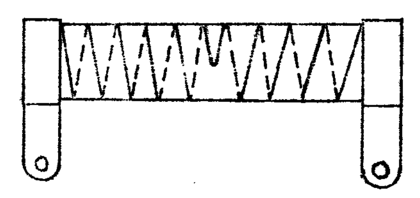


fig. 7

1,14 Comportement des résistances lorsque varie la température.

Si R est la résistance à une température θ_1 , la résistance à une température θ_2 supérieure est :

$$R_2 = R_1 \left[1 + \alpha \left(\theta_2 - \theta_1 \right) \right]$$

α coefficient de température varie avec la température, il doit donc être déterminé pour une petite variation autour d'une température donnée .

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs de résistivités et de coefficients de température mesurée en courant continu .

Matériaux	Résistivité $\mu \Omega / cm^3$ à 20 cc	α
Graphite	35 à 185	600 à 1200 10^{-6}
Tungstène	5,51	4500 10^{-6}
Nichrome	108	130 10^{-6}
Constantan	49	$\pm$ 20 10^{-6}
Manganin	48	$\pm$ 15 10^{-6}

1,15 Thermistances

Certains mélanges d'oxydes Fe_3O , $Mg\ Al_2\ O_4$, $Zn_2\ Ti\ O_4$, ont un coefficient de température α très elevé en valeur absolue et négatif . Les résistances fabriquées à partir de ces matériaux ou thermistances, ont de nombreuses applications dans des dispositifs autorégulateurs, compensateurs de dérive thermique, dispositifs de mesure de température etc...

1,16 Effet pelliculaire (skin effet)

En continu, le courant circule uniquement par conduction électronique.En basse fréquence il est pratiquement de même . Par contre en haute fréquence le courant se produit par effet électrostatique se propageant de proche en proche à la surface du conducteur. Ainsi une perturbation haute fréquence arrivant en un point A d'un conducteur se transmet en un point B infiniment près par la capacité répartie existant entre A et B .

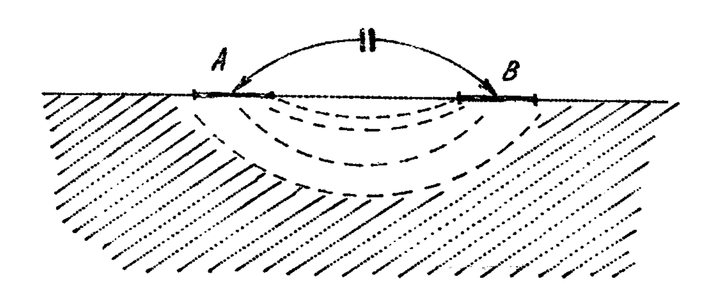


Fig. 8

Il en résulte un courant électronique dans le conducteur entre A et B celui-ci affectera principalement la zone externe car si la fréquence est assez élevée l'action électrique n'aura pas le temps d'atteindre la zone interne pendant la durée d'une demi-période .

On remarque également que la longueur des filets de courant augmente pour atteindre la zone interne ce qui correspond à une inductance plus élevée et par cela même l'intensité diminue.

Le courant se localise ainsi en surface dans une pellicule d'autant plus mince que la fréquence est élevée .

On définit la profondeur effective de pénétration dans une paroi conductrice, par l'épaisseur d'une pellicule qui aurait en continu, la même résistance que toute la paroi d'épaisseur illimitée en haute fréquence .

Dans le cas d'une paroi en cuivre :

$$\delta = \frac{6{,}62}{\sqrt{f}}$$ centimètre avec f en Hz .

La résistance unitaire d'un conducteur rond de grand diamètre devant δ est ainsi :

$$R = \frac{8{,}4\sqrt{f}}{D}$$ microhm/mètre.

Il faut donc augmenter D proportionnellement à $\sqrt{f}$ pour maintenir la qualité du circuit .

La résistance à une fréquence f peut être calculée à partir de la résistance en courant continu R_o par la formule approchée ci-après .

$$R_f = R_0 \left(1 + \frac{y^4}{3} \right)$$

avec $y = \pi a \sqrt{\frac{\mu f}{1000 \rho}}$

a = rayon du fil en cm

f= fréquence en Hz

ρ = résistivité en $\mu\Omega/cm$

μ = perméabilité

On remarque ainsi que l'effet polliculaire est d'autant plus faible que le diamètre est petit et que la résistivité est élevée .

1,17 Circuit équivalent à une résistance

Une résistance présente une inductance parasite en série et une capacité répartie C en parallèle . L'ensemble conformément à la figure 9 .

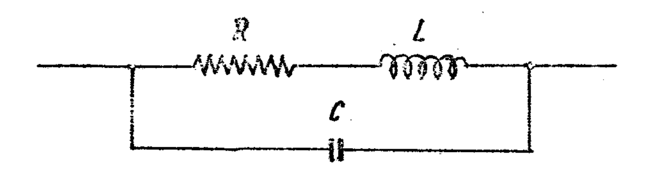


Fig. 9

L'admittance équivalente à un tel circuit est :

$$A = \frac{1}{R + jL\omega} + jC\omega$$

ou encore

$$A = \frac{R}{R^2 + L^2\omega^2} + j\omega \left(C - \frac{L}{R^2 + L^2\omega^2} \right)$$

et en négligeant $L^2\omega^2$ devant R^2 car la résistance est beaucoup plus grande que l'inductance parasite, on a

$$A = \frac{1}{R} + j\omega \left(C - \frac{L}{R^2} \right)$$

Cette expression montre que l'effet dû à la self est en contradiction avec l'effet dû à la capacité parasite .

Les résistances agglomérées ont une inductance parasite négligeable mais une capacité parasite assez forte qui compense largement l'augmentation de R dû à l'effet de peau . Il s'ensuit une assez forte diminution de la résistance avec la fréquence d'utilisation .

Dans les résistances à couche, l'effet de peau est presque négligeable par suite de la minceur de la couche . La capacité parasite est assez faible, et il en est de même de l'inductance . Par suite la diminution de résistance apparente avec la fréquence bien que moins importante que dans le cas des résistances agglomérées, est tout de même assez sensible .

En ce qui concerne les résistances bobinées, l'inductance peut être faible si le bobinage est réalisé convenablement la capacité parasite l'est également, et on parvient à construire des résistances dont la valeur apparente varie assez peu avec la fréquence .

1,2 INDUCTANCES

1,21 Circuit équivalent

Une bobine comprend toujours une résistance de perte et une capacité parasite, ainsi que le montre la figure 9 bis .

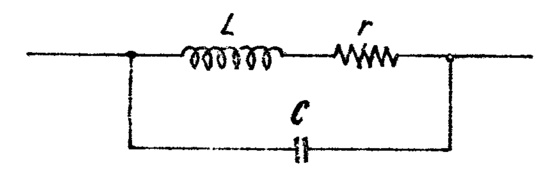


Fig. 9bis

La résistance de perte est la somme des pertes wattées de la bobine :

$$r = R_1 + k_1 f + k_2 f^2 + k_3 f^3$$

R_1 étant la résistance du conducteur compte-tenu de l'effet pelliculaire .

$k_1 f$ la résistance correspondant aux pertes pas hystérésis dans le matériau magnétique du noyau (éventuellement)

$k_2 f^2$ la résistance correspondant aux pertes par courants de Foucault dans le noyau et dans le cuivre .

$k_3 f^3$ la résistance correspondant aux pertes diélectriques. Celles-ci seront étudiées particulièrement pour les condensateurs.

Une capacité en shunt représente la capacité répartie du bobinage. Elle varie suivant le mode de bobinage : maximum dans le cas de bobinage massé, plus faible dans le cas de bobinage fractionné ou à spires espacées .

En fréquence variable on obtient un phénomène de résonnance entre inductance et capacité que nous étudierons ultérieurement. L'impédance du circuit passe par un maximum pour une pulsation ω_0 telle que :

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

Aux fréquences inférieures à la fréquence propre de la bobine l'inductance l'emporte sur la capacité .

L'admittance du circuit LRC est :

$$A = \frac{1}{R + jL\omega} + jC\omega$$

$$A = \frac{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}{R + jL\omega}$$

fig. 10

La figure 10 montre que la bobine possède une fréquence de résonnance propre sensiblement égale à $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

Pour cette fréquence f_0 la bobine n'est plus une inductance, mais une résistance de valeur sensiblement égale à $\frac{L}{RC}$. Pour des fréquences d'utilisation $f \ll f_0$, on a $LC\omega^2 < 1$ et $jRC\omega \ll 1 - LC\omega^2$ ($RC\omega$ est de l'ordre de $\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{400}$) dans ce cas on peut négliger $jRC\omega$ et l'impédance du circuit s'écrit :

$$Z = \frac{R}{1 - LC\omega^2} + \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2}$$

avec l'inductance apparente :

$$L_a = \frac{L}{1 - LC\omega^2} \quad \text{mais} \quad LC = \frac{1}{\omega_0^2} \quad \text{donc}$$

$$L_a = \frac{L}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{L}{1-\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$ la capacité parasite augmente ainsi l'inductance apparente .

En traçant le diagramme de Fresnel on vérifie que la bobine produit un déphasage inférieur d'un angle θ à 90° .

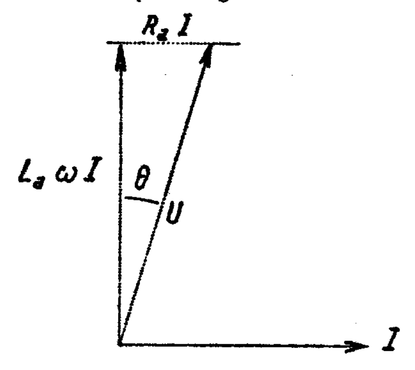


Fig. 11

L'angle θ dit de pertes est tel que :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{R_a}{L_a \omega}$$

On définit un facteur de qualité par l'inverse .

$Q_a = \frac{L_a \omega}{R_a}$ est le coefficient de surtension apparent dont nous donnerons le sens physique ultérieurement .

On ontient à titre d'exemple :

Q_a = 10 pour un circuit médiocre
Q_a = 100 pour un bon circuit
Q_a = 400 pour un très bon circuit .

Aux fréquences supérieures à f_0 la capacité l'emporte sur l'inductance et la réactance devient négative . La bobine n'est plus utilisable dans ces conditions, d'autre part, on obtient un régime de résonnances complexes avec plusieurs pointes.

En résumé, la figure 12 donne les courbes des valeurs apparentes :

$$X_a, R_a \quad \& \quad Q_a = \frac{X_a}{R_a}$$

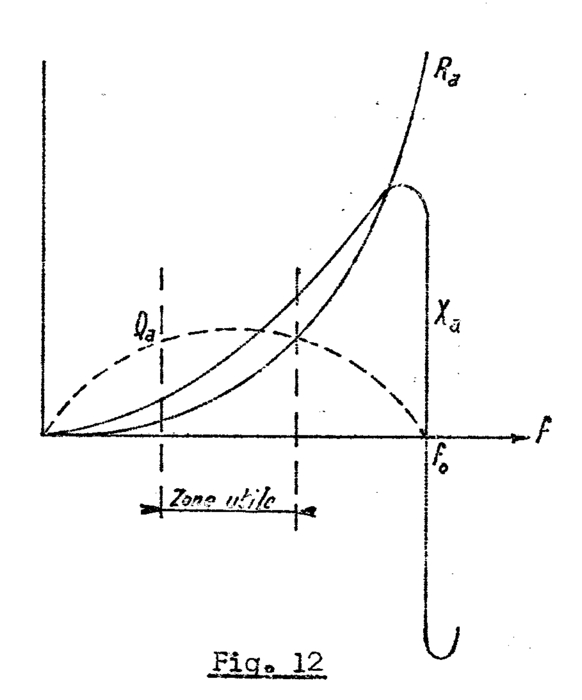


Fig. 12

A la résonnance, la réactance du circuit équivalent s'annule et les pertes passent par un maximum; le coefficient de surtension s'annule .

Q_a est nul également à la fréquence zéro . Il passe par un maximum lorsque les pentes de courbes X_a et R_a en fonction de f sont égales .

On obtient de part et d'autre du maximum la zone utile de l'inductance .

Remarque : On réalise des inductances de blocage (selfs dechoc) présentant une impédance élevée pour une fréquence ou une bande de fréquences . Elles sont composées d'inductances en cascade formant un circuit complexe présentant plusieurs résonnances .

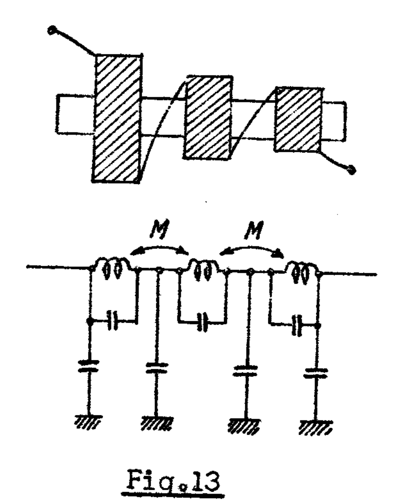


Fig.13

Par les capacités parasites différentes et un choix convenable des inductances élémentaires les résonnances s'échelonnent régulièrement en fréquence et la self de choc peut présenter une impédance élevée sur une grande plage de fréquences.

Les caractéristiques d'une inductance dépendent de 3 facteurs principaux :

- le conducteur
- le noyau
- le blindage

Etudions l'influence des deux premiers facteurs en reportant à la fin de ce chapitre l'étude complète des blindages .

1,22 Influence du Conducteur

Nous avons montré l'influence de l'effet pelliculaire qui peut devenir important dans le cas d'un bobinage à cause de l'effet de proximité .

En raison de la conduction superficielle, il faut soigner la surface des conducteurs, on peut aussi utiliser du cuivre argenté . La zone intérieure n'intervenant pas on réalise des bobinages en tube ou en bande de cuivre mince .

Une autre solution pour réduire l'effet pelliculaire consiste à utiliser du fil divisé en Litzendraht . Nous avons montré que la section utilisée par le courant est relativement plus importante dans un fil fin que dans un gros fil, il vient alors à l'idée de réaliser un conducteur à l'aide de fils très fins isolés les uns des autres et placés en parallèle, la résistance obtenue est braucoup plus faible que celle d'un conducteur sømple de longueur et de section équivalente . On utilise habituellement des conducteurs comportant de 10 à 30 brins émaillés d'environ 5/100, l'ensemble est isolé sous soie grège. Dans la réalisation des fils divisés, il y a lieu en outre d'adopter un mode de cordage qui fasse passer tous les brins successivement par tous les points de la section pour qu'il y ait symétrie entre les courants au cas contraire les brins placés au centre seraient soustraits au passage du courant .

L'emploi des fils divisés est cependant limité aux fréquences de 1 à 2 MHz. Aux fréquences supérieures, les pertes dans l'isolant lui font perdre ses avantages .

1,23 Influence du noyau

Une inductance dans l'air est donnée par la relation :

$$L = k N^2$$

N étant le nombre de spires . Si on introduit un noyau magnétique de perméabilité μ l'inductance devient :

$$L' = k \mu N^2$$

Si le noyau ne crée pas de pertes supplémentaires, le coefficient de surtension est multiplié par μ

D'autre part, à self constante, le nombre de spires peut être divisé par $\sqrt{\mu}$ dans le deuxième cas ce qui tend également à augmenter la qualité de l'inductance . On voit ainsi l'intérêt des noyaux magnétiques mais il se pose un problème de réduction des pertes .

Les pertes magnétiques sont de deux ordres, elles peuvent se produire par hystérésis oucourants de Foucault .

Les pertes par hystérésis se produisent dans les masses magnétiques, elles varient avec les différentes substances magnétiques et sont proportionnelles à la surface du cycle hystérétique . La puissance perdue est donnée par la relation :

$$P = \eta B^x F$$

dans laquelle η est le coefficient de Steinmetz qui dépend des corps :

B est l'induction maximum
f la fréquence
et x un chiffre compris normalement entre 1,2 et 2 suivant la valeur de l'induction mais pouvant descendrè à 0,00085 dans le cas de tôle extra supérieures .

Les pertes par courants de Foucault sont dûes aux courants induits dans les masses conductrices, magnétiques ou non, soumises à un flux variable . (Elles se produisent également dans les supports) .

La puissance perdue est donnée par la relation :

$$p = K \frac{B^2 f^2}{\rho}$$

dans laquelle k est un coefficient qui dépend de la nature, de la forme et des dimensions des corps soumis à l'induction .

B l'induction maximum
f la fréquence et
ρ la résistivité des corps .

En résumé les pertes par hystérésis sont proportionnelles à la fréquence, les pertes par courants de Foucault sont proportionnelles au carré de la fréquence, on conçoit donc qu'en haute fréquence ces pertes deviennent importantes .

Les pertes par hystérésis dépendent du choix de la substance magnétique . La réduction des pertes par courants de Foucault est obtenue soit par un <u>fractionnement</u> du circuit magnétique d'autant plus poussé que la fréquence est élevée(tôles ou poudres agglomérées) soit en utilisant des substances magnétiques présentant une <u>forte résistivité</u> (ferrites) .

Noyaux en tôles magnétiques .

En basse fréquence on utilise des circuits magnétiques fauilletés formés de tôles isolées entre elles .

Les tôles peuvent être :

a) en acier ou silicium

L'acier à 3% de Silicium donne des pertes par hystérésis très faibles . Sa résistivité de faible valeur (50 $\mu \Omega$ /cm/cm) exige un fractionnement en lames minces pour réduire les pertes par courants de Foucault . En fabrication courante on réalise 3 qualités de tôles .

Qualité	Epaisseur m/m	Pertes à 50 Hz avec B = 10.000 watt/kg
Ordinaire	5/10	3,6
Supérieure	4/10	2,6
Extra supérieure	3/10 à 35/100	1,6

Une amélioration importante de qualité a pu être obtenue en utilisant des tôles à grains orientés et en réduisant l'épaisseur jusqu'à 5/100 de mm.

En utilisant les tôles de telle sorte que le flux circule dans le sens du laminage ou augmente considérablement la perméabilité qui atteint 25.000 à 30.000 et d'autre part on réduit approximativement les pertes à la moitié de leurs valeurs précédentes .

Les tôles à grains orientés sont laminées en différentes épaisseurs :

33/100 12,5/100 et 5/100 de mm. elles permettent la réalisation de circuits dits à "double C" .

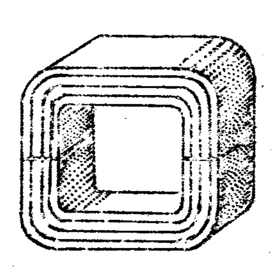


Fig. 14

La tôle est fractionnée en bandes dans le sens du laminage Chaque bande isolée sur deux faces et enroulée sous forme, le noyau ainsi obtenu est fixé par un composé thermo durcissable puis fendu pour permettre l'introduction du bobinage (fig. 14) /

Une lame d'acier cercle le tout et maintient les deux parties du circuit .

b) en alliages fer-nickel.

Les alliages fer-nickel ont des propriétés magnétiques très différentes suivant la proportion de nickel .

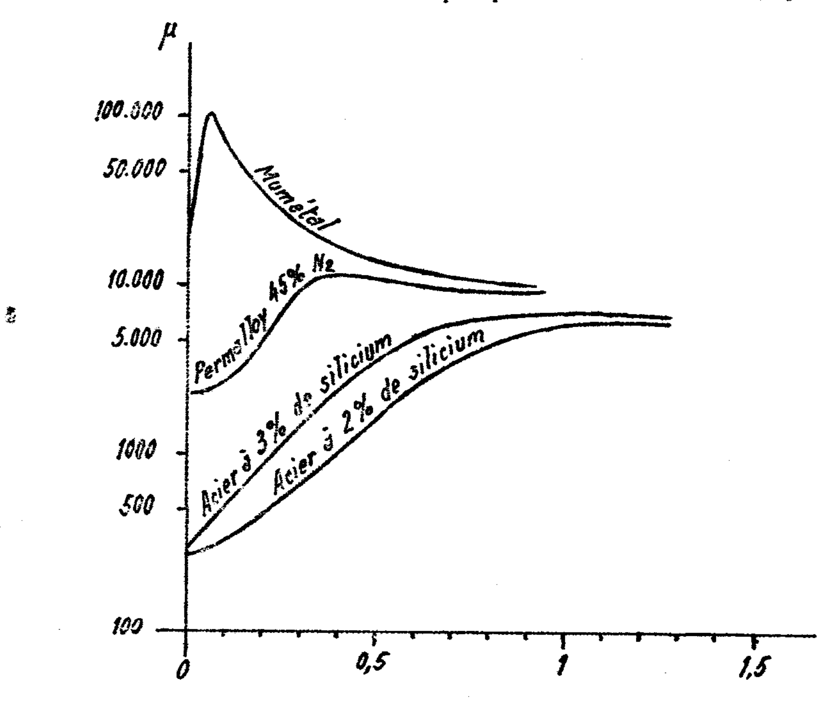


Fig. 15

Les alliages à 78,5% de nickel (Permalloy) et le mumétal (76,7% de nickel, 15,5 % de fer, 5,2 % de cuivre, 2,2% de manganèse) présentent une perméabilité initiale très élevée (de 10.000 à 12.000) et produisent des pertes extrêmement faibles (0,29 W/Kg pour une induction de 10.000 à 50 Hz) .

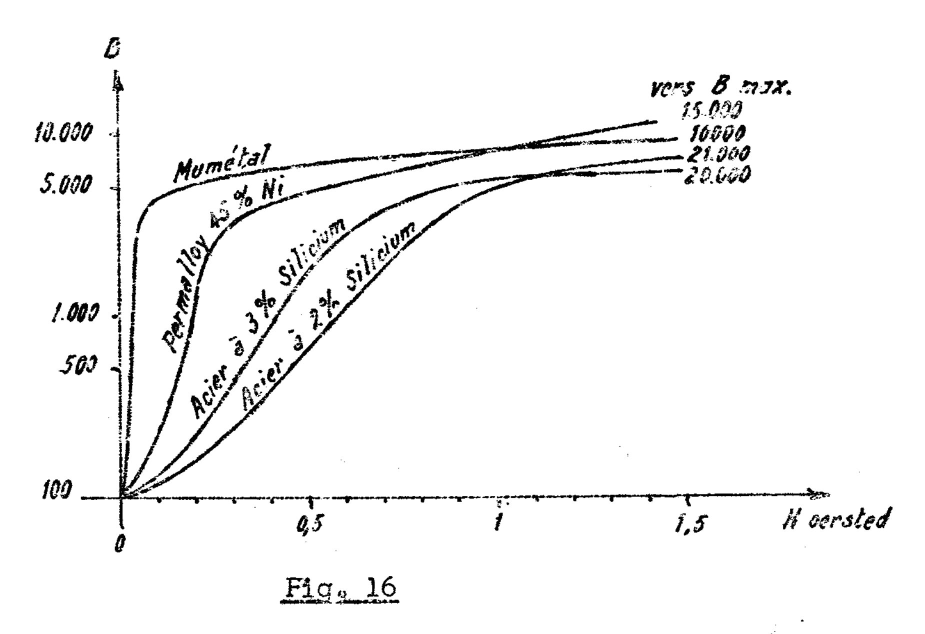


Fig. 16

L'introduction de 3,8% de molybdène a permis d'augmenter la résistivité et ainsi de réduire les pertes par courants de Foucault . Le niveau de saturation est cependant plus faible .

Les alliages à 45% de Nickel (Hipernick) présente une perméabilité initiale plus faible ($\mu = 2500$) .

La perméabilité, constante aux faibles valeurs du champ, passe par un maximum un peu avant la saturation .

Remarque : Lorsque le circuit magnétique est soumis à une composante alternative superposée à une composante continue, le point de fonctionnement décrit un petit cycle d'hystérésis à partir d'un point moyen situé sur le cycle principal et défini par la composante continue .

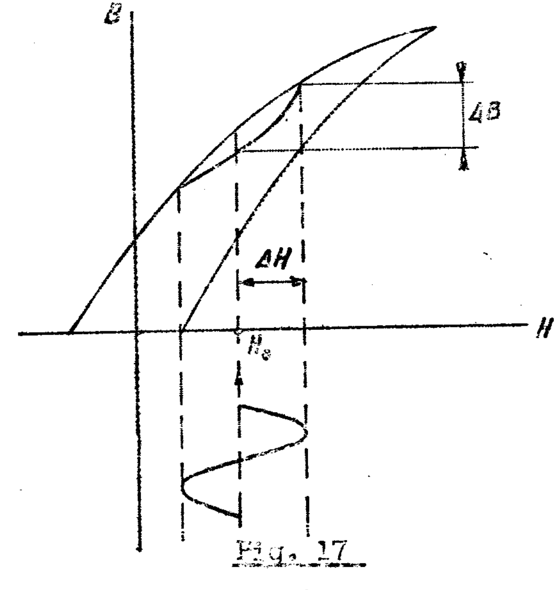


Fig. 17

On utilise dans ce cas la notion de perméabilité différentielle :

$$\mu_{diff} = \frac{\Delta B}{\Delta H}$$

si ,le point moyen n'est pas trop élevé sur le cycle principal :

$$\mu \text{ différentielle} \neq \mu \text{ initiale .}$$

La perméabilité différentielle diminue lorsque le point moyen se déplace vers la zone de saturation . Lorsque la composante continue est importante il faut prévoir un entrefer dans le circuit magnétique pour diminuer l'induction moyenne .

Noyaux en poudres de fer .

Ces circuits magnétiques à faibles pertes sont formés d'une poudre de fer dont les grains, autant que possible sphérique ont de 3 à 20 μ de diamètre . Cette poudre est agglomérée par un liant qui enrobe chaque grain . Pressé à chaud, le liant se polymérise et donne un noyau rigide d'une très grande stabilité magnétique .

Ces noyaux sont caractérisés par une perméabilité apparente définie par le rapport

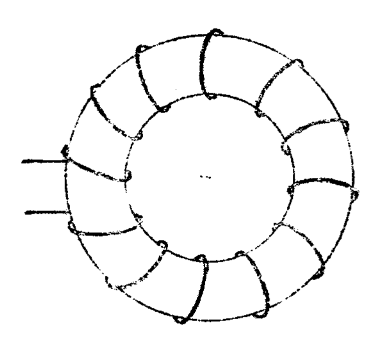
$$\mu_a = \frac{\text{coefficient de self avec noyau}}{\text{coefficient de self sans noyau}}$$

Les noyaus en poudre de fer sont utilisés en BF, MF , HF , et même en VHF.

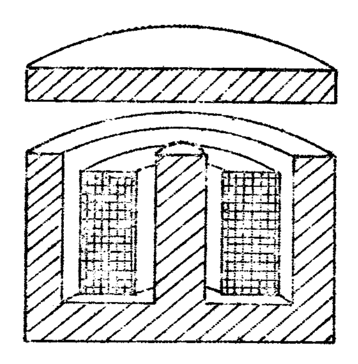
La grosseur des grains est d'autant plus petite que la fréquence est grande .

Les noyaux destinés aux fréquences supérieures à 10 MHz ont une perméabilité légérement supérieure à l'unité, ils permettent le réglage des circuits .

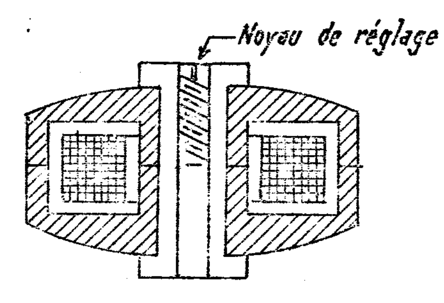
Les caractéristiques des noyaux en poudre de fer peuvent se résumer par le tableau suivant .



tore



pot fermé (coupe)



port fermé réglable



bâtonnet

Fig. 18

fréquence d'utilisation	forme	Perméabilité apparente	Grosseur des grains
BF et MF jusqu'à 100 KHz	tore	12 à 120	20 µ
MF jusqu'à 500 KHz	pot fermé	4 à 5	8 µ
MF et HF jusqu'à 10 MHz	bâtonnet	2 à 2,5	8 µ
Sup. à 10 MHz	bâtonnet	1,1	3 µ

Noyaux en ferrites .

Les ferrites sont des céramiques à cristallisation cubique appelées pour cette raison Ferrox-cube.

Le Ferrox-cube à base de Fer, manganèse et zinc est utilisable en basse fréquence.

Les ferrites donnent des pertes par hystérésis faibles leur résistivité élevée (de l'ordre de $10^6\ \Omega\ cm/cm^2$ rend les pertes par courants de Foucault négligeables . Leur perméabilité atteint 1000.

Les circuits magnétiques en ferrites ont une très grande stabilité . Ils peuvent être réalisés sous différentes formes par moulage sous pression (circuit ouvert-circuit en pot fermé - anneau - manchon) .

1,3 CONDENSATEURS

1,31 Circuit équivalent

Un condensateur est équivalent au schéma de la figure 19.

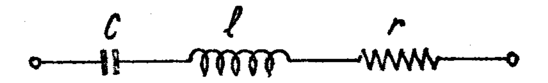


Fig.19

L'inductance parasite est due aux connexions et aux électrodes . Dans le cas d'électrodes d'assez grandes dimensions les différentes parties des électrodes ne sont pas au même potentiel mais forment une ligne de transmission . Comme nous le montrerons ultérieurement une telle ligne de résonance quart d'onde se comporte comme une résistance pure mais aux fréquences supérieures elles devient inductive . Pour remédier à cet inconvénient on assure une liaison équipotentielle sur chaque électrode dans le cas de condensateur au papier non inductif .

La résistance série est due principalement aux pertes dans le diélectrique .

Les deux élements réactifs C et ℓ donnent un phénomène de résonance .

En dessous de la fréquence de résonance f_o la réactance est capacitive . Appelons C_a la capacité équivalente au circuit ℓC

$$X = \ell\omega - \frac{1}{C\omega} = -\frac{1}{C_a\omega}$$

$$X = \frac{\ell C\omega^2 - 1}{C\omega} = -\frac{1}{C_a\omega}$$

C_a r

Fig. 37

donc

$$C_a = \frac{C}{1-\ell C\omega^2} = \frac{C}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2} = \frac{C}{1-\left(\frac{f}{f_o}\right)^2}$$

l'inductance parasite augmente donc la capacité apparente .

Au-dessus de la résonance le condensateur se comporte comme une inductance . Etudions plus en détail les pertes dans un condensateur .

1,32 Pertes diélectriques

Un diélectrique soumis à un champ électrique haute fréquence s'échauffe, donc il dissipe de l'énergie . Les pertes qui en résultent sont dues au mouvement alternatif des molécules qui forment le diélectrique .

La puissance dissipée est donnée par la relation :

$$p = k E^2 f V$$

dans laquelle :

K est un coefficient de proportionalité qui dépend du diélectrique, il est appelé facteur de perte,
E est le champ électrique maximum
f est la fréquence
V le volume du diélectrique .

Les pertes sont ainsi proportionnelles à la fréquence toutes choses égales par ailleurs (si le champ électrique E est proportionnel à la fréquence les pertes sont proportionnelles en réalité au cube de la fréquence) .

Par exemple en relevant les températures dans un diélectrique soumis à un champ électrique d'amplitude constante mais aux fréquences 100 KHz et 10 MHz on obtient les courbes suivantes. -(Fig. 20) -

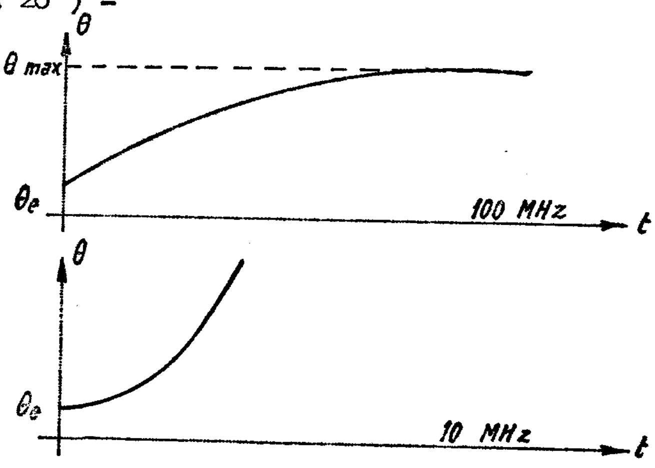


Fig. 20

A 10 KHz un équilibre de température est atteint au bout d'un certain temps, par contre à 10 MHz la température s'élève de plus en plus rapidement jusqu'à la destruction du diélectrique. Ceci est dû à l'augmentation du facteur de perte avec la température .

Dans les circuits, les pertes par diélectrique se produisent dans les condensateurs ou les supports et isolants divers.

Dans un condensateur on représente la perte par une résistance fictive placéeen série ou en parallèle avec la capacité supposée pure . Il est évident qu'une capacité pure ne peut produire une dissipation d'énergie . Or, s'il y a échauffement du diélectrique, il y a en quelque sorte production d'une énergie wattée pouvant être développée par une résistance fictive équivalente.

La capacité produit de ce fait un déphasage un peu inférieur à $\pi/2$ d'un angle δ que l'on appelle angle de pertes .

Celui-ci est lié au facteur de perte K par la relation

$$tg.\,\delta = 18 \times 10'' \frac{K}{\varepsilon}$$

ε étant le pouvoir inducteur spécifique du diélectrique appelé également constante diélectrique .

$$\varepsilon = \frac{\text{capacité avec diélectrique}}{\text{capacité dans le vide}}$$

Si l'on suppose la résistance équivalente R_s en série, on peut tracer le diagramme de Fresnel de la figure 21 . On a

$$tg\,\delta = R_s C\omega$$

si la résistance R_p est en parallèle on a d'après le diagramme de la figure 22 :

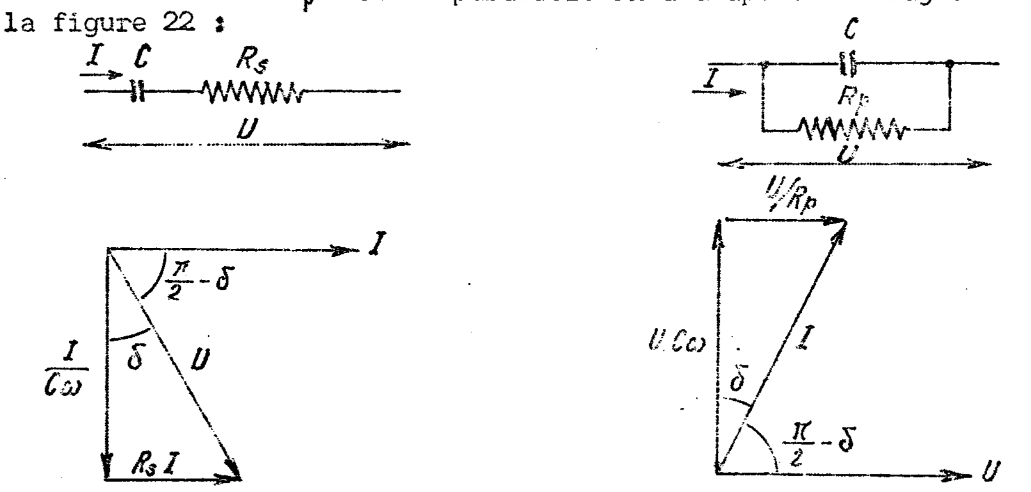


Fig. 21 Fig.22

Nous donnons ci-après quelques valeurs de :

ε $tg\,\delta$ et K

Matériaux	ε	$tg\,\delta \times 10^3$	$K \times 10^{15}$
Quartz	3,7	0,11	0,23
Micas	5 à 8	0,17	0,5 à 1
Bioxyde de Titane	45 à 80	0,3 à 0,4	7,5 à 17,7
Ebonites	2,5 à 3,5	6 à 12	8 à 25
Verres	5 à 9	4 à 6	10 à 25
Bakélite	4 à 6	30 à 40	80 à 110

Ces valeurs ne sont données qu'à titre indicatif car l'angle de pertes varie avec la fréquence et la température .

On utilise également la notion de "facteur de puissance" exprimé en % . Le "facteur de puissance" représente la fraction de voltampères dissipée dans le condensateur .

MATERIAUX	FACTEUR DE PUISSANCE EN %		
	60 Hz	1 Khz	1 MHz
ambre	0	0	0,2
pyrex	0	0,5	0,2
mica	0,03	0,02	0,02
quartz	0,03	0,03	0,03
polystyrène	0,02	0,02	0,03
stéatite	1	0,4	0,3

1,4 BLINDAGES

Un blindage est destiné à supprimer ou à rendre négligeable les réactions magnétiques ou électrostatiques entre deux éléments de circuits .

1,41 Blindages conducteurs pour champs magnétiques

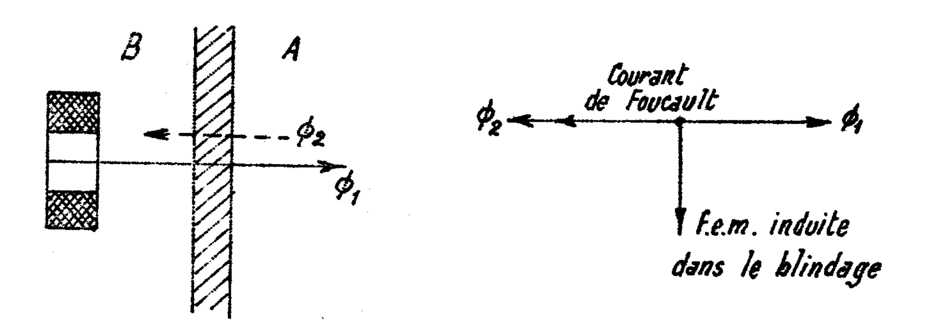


Fig. 23

Soit à soustraire une zone A de l'action d'un champ magnétique produit dans une zone B.

Séparons les deux zones par un écran conducteur.
Le flux parasite ϕ_1 induit dans l'écran une f.é.m en quadrature arrière.

Les courants de Foucault qui en résultent forment des filets de courant circulaires. Le déphasage des courants dépend de la résistance et de la réactance de self des filets de courant. Si la plaque est très conductrice (cuivre ou aluminium) et la fréquence suffisamment élevée, la résistance est négligeable devant la réactance de self et les courants de Foucault sont en quadrature arrière sur la f.é.m, c'est-à-dire en opposition de phase avec ϕ_1. Le flux de réaction ϕ_2 développé par les courants de Foucault neutralise ainsi le flux ϕ_1.

L'efficacité d'un blindage conducteur dépend donc de sa conductance et de la fréquence. Il faut remarquer que l'effet pelliculaire peut diminuer beaucoup la conductance effective du blindage aux fréquences élevées.

Etudions l'influence d'un blindage conducteur sur une inductance. Le coefficient de self est :

$$L = \frac{N\phi}{I}$$

Or, le flux de réaction du blindage de sens inverse du flux principal réduit le flux dans le bobinage et ainsi diminue le coefficient de self.

La figure 24 montre l'influence du diamètre du blindage et du rapport de la longueur au diamètre du bobinage.

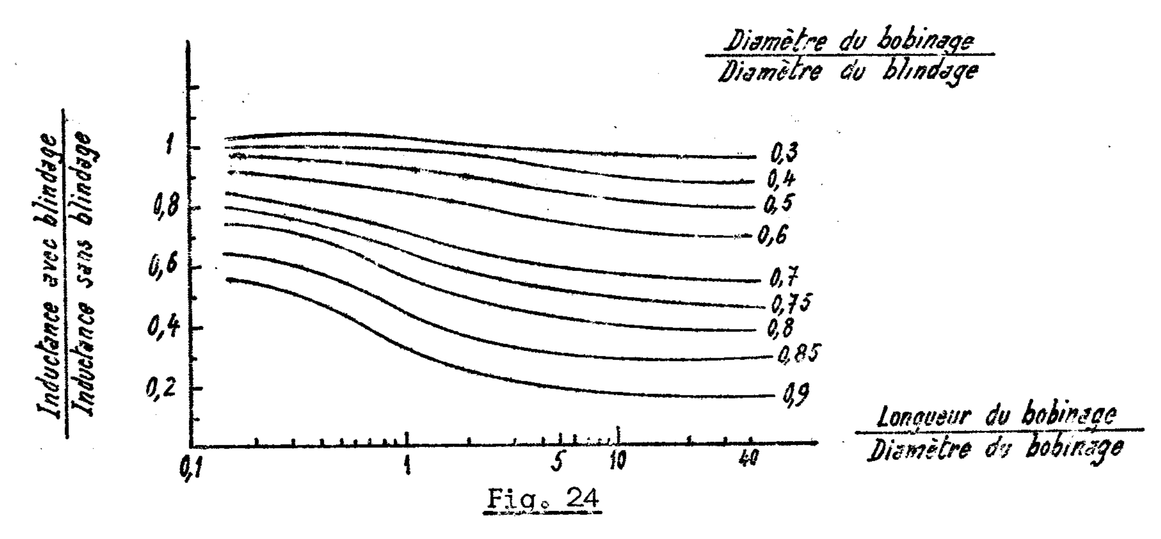


Fig. 24

D'autre part les pertes dans le blindage produisent une augmentation de la résistance apparente de l'inductance . En conséquence le coefficient de surtension d'une inductance est fortement réduit par le blindage car L diminue et R augmente .

1,42 Blindages magnétiques

Dans le cas de champs magnétiques basse fréquence les blindages doivent être réalisés par des écrans magnétiques à haute perméabilité initiale par exemple en mumétal . La protection peut être augmentée en interposant plusieurs enceintes magnétiques.

1,43 Blindages électrostatiques

Un écran conducteur porté à un potentiel constant joue le rôle de cage de Faraday et évite toute réaction électrostatique . Il peut être formé par une feuille mince de papier d'aluminium ou une toile métallique .

Les blindages contre les champs magnétiques assurent en même temps une protection électrostatique s'ils sont reliés à la terre .

Par contre dans les transformateurs écranés basse fréquence on dispose entre le primaire et les secondaires un écran conducteur non magnétique destiné à former un blindage électrostatique, mais ne produisant aucun effet au point de vue magnétique . Un joit isolant évite la fermeture du blindage sui formerait sans cette précaution une spire en court-circuit .

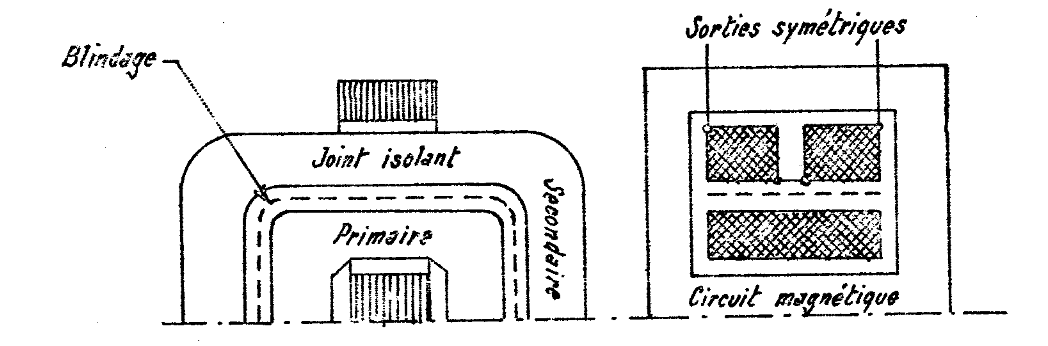


Fig. 25

L'écran électrostatique permet d'obtenir un secondaire avec sorties symétriques par rapport à la masse (utilisé dans les montages en pont) .

CHAPITRE II

CIRCUITS RESONNANTS

SERIE ET PARALLELE

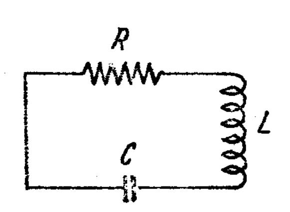
2,1 REGIMES TRANSITOIRES DANS UN CIRCUIT L R C

Un circuit fermé L R C peut sous l'effet d'un choc électrique être le siège d'une oscillation spontanée . Etudions tout d'abord le phénomène physiquement ; des analogies vont nous permettre de matérialiser le fonctionnement du circuit oscillant et le comparant à un système mécanique oscillant :

Il est possible d'assimiler une inductance à une masse, car elle produit en électricité un effet d'inertie semblable à celui de la masse, de même l'effet de capacité est comparable à l'élasticité ou plus exactement à son inverse, c'est-à-dire la raideur .

La résistance est remplacée par le coefficient de frottement .

Ainsi le circuit L R C peut être représenté suivant la figure 26 par une masse M fixée à un ressort r , et coulissant avec un coefficient de frottement ρ sur une tige encastrée aux deux extrémités .



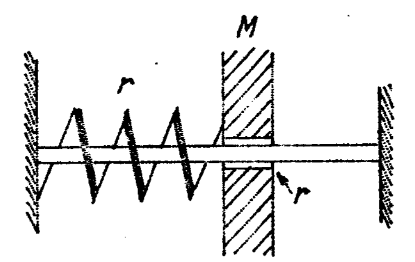


fig. 26

Si l'on comprime le ressort en déplaçant la masse vers la gauche et que l'on libère celle-ci, le ressort se détend et la masse reprend sa position de repos après un certain nombre d d'oscillations d'amplitude décroissante . On peut vérifier qu'en augmentant le coefficient de frottement, c'est-à-dire en amortissant le système, le nombre d'oscillations diminue et peut même s'annuler , le fonctionnement est dans ce dernier cas apériodique.

Nous obtiendrons un fonctionnement semblable avec le circuit oscillant .

Comparons les deux régimes vibratoires à différents instants de la période (fig. 27) .

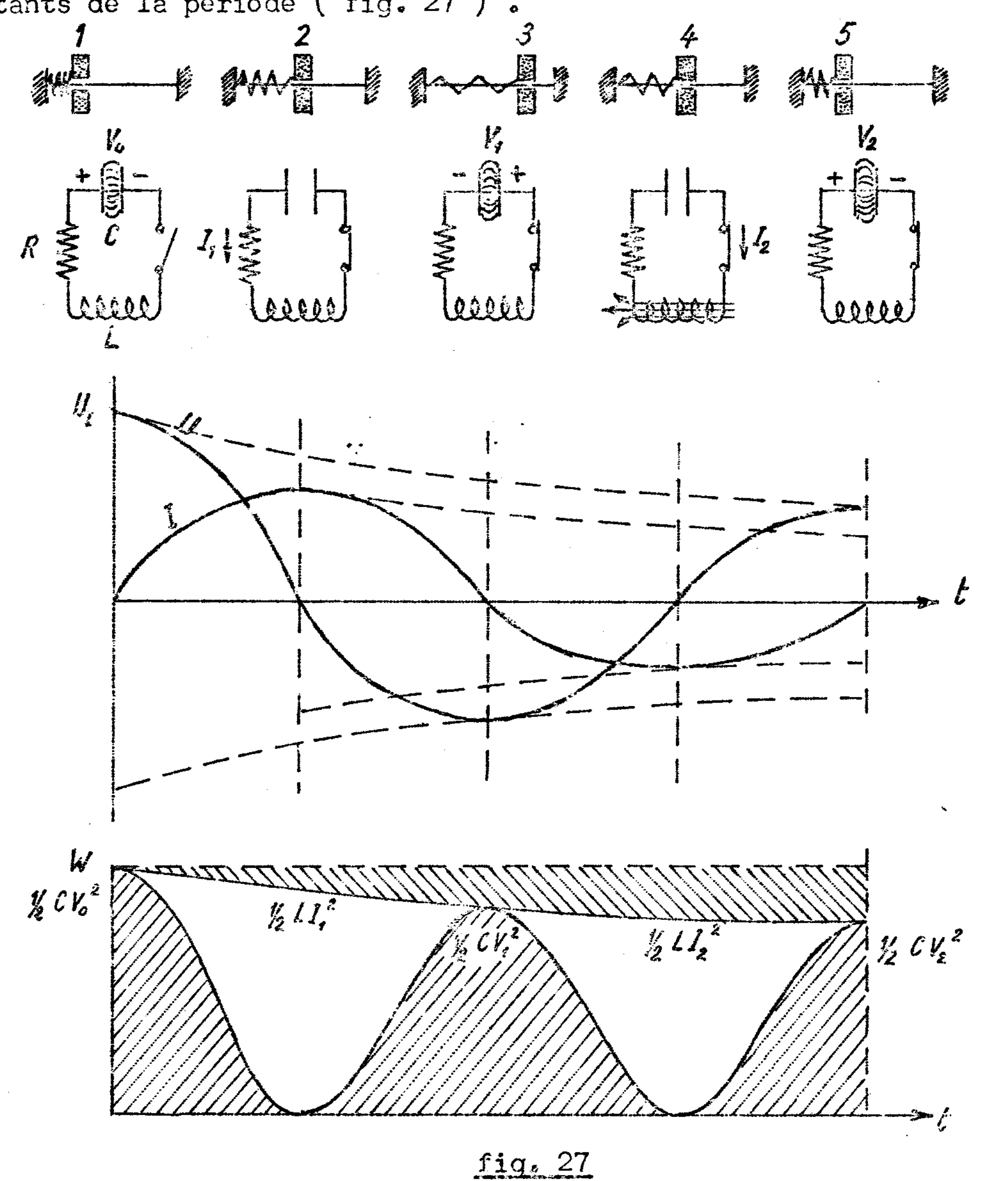


fig. 27

En 1 - le ressort comprimé emmagasine une certaine énergie potentielle, ce qui correspond pour le circuit oscillant à une charge de la capacité, le circuit étant ouvert .

En 2 - la masse libérée est projetée vers la droite, au passage à la position de repos l'énergie potentielle du ressort s'annule mais est transformée en énergie cinétique , la vitesse de la masse est alors maxima .

De même l'interrupteur étant fermé la capacité débite dans l'inductance un courant qui partant de zéro atteint à ce moment sa valeur maxime .

En 3 - la masse entrainée par son inertie détend le ressort et s'arrête à droite .

Pour le circuit oscillant, l'effet de self induction développe une force électromotrice qui recharge en sens inverse la capacité .

En 4 - la phase 2 se reproduit en sens inverse .

En 5 - La phase 3 est inversée et tout revient à l'état initial, à la seule différence que les frottements et la résistance ont dissipé une certaine énergie, ce qui se traduit par une diminution des amplitudes vibratoires .

L'énergie totale contenue dans le circuit oscillant décroît ainsi en fonction du temps à cause des pertes Joules . Elle se partage alternativement en énergie potentielle et en énergie cinétique . Aux instants considérés précédemment une des formes d'énergie s'annule .

En 1, 3 et 5 elle est uniquement potentielle .

$$\left(\frac{1}{2} C V_0^2 \; , \; \frac{1}{2} C V_1^2 \; , \; \frac{1}{2} C V_2^2 \right)$$

En 2 et 4 elle est uniquement cinétique .

$$\left(\frac{1}{2} L I_1^2 \; , \; \frac{1}{2} L I_2^2 \right)$$

On peut vérifier comme pour le système mécanique, l'amortissement produit par la résistance et pour une forte valeur de celle-ci, la décharge apériodique de la capacité .

Etudions maintenant le probléme mathématiquement :

Sous l'effet d'une perturbation électrique, le circuit est traversé à un instant donné par un courant i, une d.d.p.v. apparait alors aux bornes de la capacité (fig. 28).

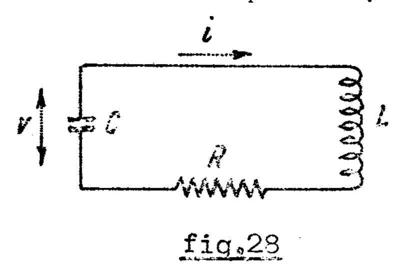


fig.28

Appliquons la loi de Kirchoff au circuit :

$$L \frac{di}{dt} + Ri + v = 0 \qquad (1)$$

Dans la capacité on a : $i = \frac{dq}{dt}$ & $dq = C\,dv$

Donc : $i = C \frac{dv}{dt}$ & $\frac{dv}{dt} = \frac{i}{C}$

Dérivons l'équation (1) on obtient : $L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{dv}{dt} = 0$

Soit : $L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$ (2)

C'est une équation différentielle du second ordre à coefficients constants, dont l'équation caractéristique est :

$$LX^2 + RX + \frac{1}{C} = 0 \qquad (3)$$

En divisant par L il vient : $X^2 + \frac{R}{L} X + \frac{1}{LC} = 0$ (4)

Mais $\frac{1}{LC}$ est le carré de la pulsation de résonnance du circuit : $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$

Posons d'autre part : $\frac{R}{L} = 2a$.

L'équation caractéristique devient : $X^2 + 2aX + \omega_0^2 = 0$ (5)

Les racines de cette équation sont :

$$\begin{matrix} X' \\ X'' \end{matrix} = -a \pm \sqrt{a^2 - \omega_0^2}$$

Trois cas ont à considérer :

<u>1er cas</u> : $a^2 - \omega_0^2 > 0$ c'est-à-dire $\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC} > 0$

d'où l'on tire $R > \sqrt{\frac{4L}{C}}$

Les deux racines sont réelles

$$X' = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

$$X'' = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

L'intégrale générale de l'équation différentielle est :

$$\boxed{i = C_1 e^{X't} + C_2 e^{X''t}}$$

Les constantes C_1 et C_2 dépendent des conditions initiales dans lesquelles la perturbation a été produite .

Les racines étant négatives, la fonction est exponentielle décroissante . Le Régime est apériodique .

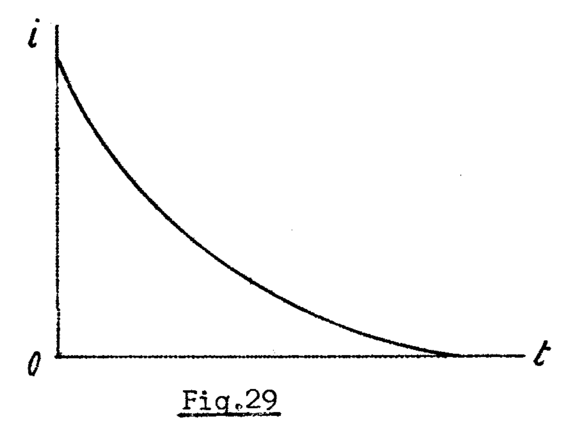


Fig.29

Deuxième cas : $a^2 - \omega_0^2 = 0 \quad , \quad R = \sqrt{\frac{4L}{C}}$

On obtient une racine double
L'intégrale générale de l'équation différentielle est :

$$i = C_1 t e^{Xt} + C_2 e^{Xt}$$

soit $$i = (C_1 t + C_2) e^{Xt}$$

C'est encore une fonction exponentielle décroissante, mais c'est un cas limite .

Troisième cas :

$$a^2 - \omega_0^2 < 0 \quad , \quad R < \sqrt{\frac{4L}{C}}$$

On a dans ce cas deux racines imaginaires .

Posons $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - a^2}$ Les deux racines sont $-a \pm j\,\Omega$

L'intégrale générale de l'équation différentielle est :

$$i = e^{-at}\left(B_1 \sin \Omega t + B_2 \cos \Omega t\right)$$

expression qui peut se mettre sous la forme :

$$i = A e^{-at} \sin(\Omega t + \varphi)$$

A et φ étant des constantes .

On obtient ainsi l'équation d'un courant alternatif amorti suivant une loi exponentielle (Fig.30) . Le courant n'est pas sinusoïdal mais passe par les valeurs maxima à des intervalles de temps égaux T appelés pseudo-période celle-ci définie par $T = \frac{2\pi}{\Omega}$

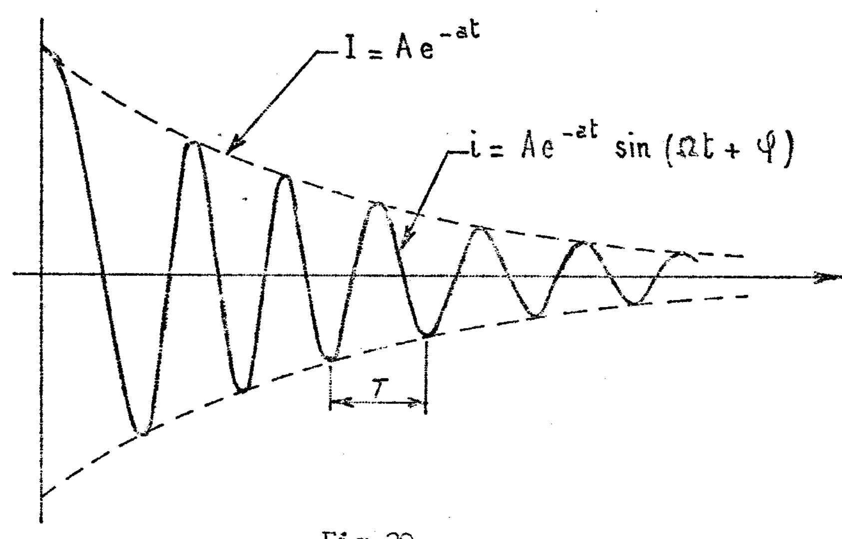


Fig.30

c'est-à-dire

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - a^2}}$$

est différente de la période propre du circuit .

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$$

mais lorsque $a = \frac{R}{2L}$ appelé coefficient d'amortissement est faible , c'eat-à-dire que R est négligeable devant 2L, on a $T \# T_0$

L'enveloppe de l'oscillation amortie a pour équation $I = Ae^{-at}$

c'est approximativement l'équation des valeurs maxima du courant .

2,2 CARACTERISTIQUES D'AMORTISSEMENT

Nous venons de définir le coefficient d'amortissement:

$$a = \frac{R}{2L}$$

dans l'équation du courant

$$i = Ae^{-at} \sin(\Omega t + \varphi)$$

On le remplace souvent par des coefficients ayant un sens physique plus apparent : ce sont les décréments et la constante de temps.

2,21 Décréments

Considérons 2 maxima successifs I_1 et I_2 du courant(fig.31) Ils se produisent avec un intervalle de temps d'une pseudo-période T. on a :

$$I_1 = Ae^{-at}$$

$$I_2 = Ae^{-a(t+T)}$$

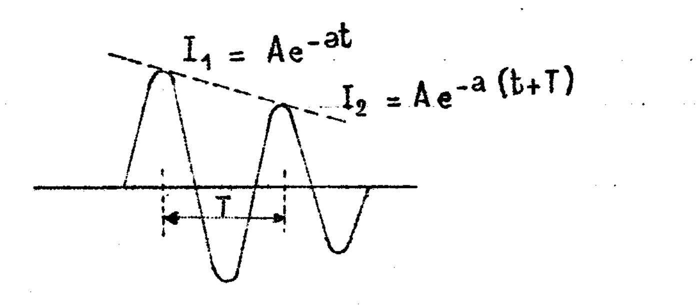


Fig. 31

Faisons le rapport des deux maxima :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-at}}{e^{-a(t+T)}} = \frac{1}{e^{-aT}}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{aT}$$

Ce que l'on peut écrire :

$$\mathrm{Log}_e \frac{I_1}{I_2} = aT$$

est appelé décrement logarithmique du circuit .

Il caractérise la décroissance des oscillations et permet en particulier de calculer l'amplitude après un nombre de périodes n.

$$\frac{i_0}{i_n} = e^{anT} \quad \text{ou} \quad I_n = \frac{I_0}{e^{ant}}$$

Une interprétation physique du décrement logarithmique consiste à comparer les énergies dépensées et emmagasinées . L'énergie dépensée pendant une demi-période est :

$$\frac{1}{2} RI^2 \frac{T}{2}$$

L'énergie totale emmagasinée est :

$$\frac{1}{2} LI^2$$

en faisant le rapport on obtient :

$$\frac{R}{2L} T = \delta$$

Ainsi le décrément d'un circuit est le rapport de l'énergie qu'il dissipe en une demi-période à l'énergie totale qu'il contient à cet instant .

On utilisera également le décrément simple .

$$d = \frac{\delta}{\pi} = \frac{aT}{\pi}$$

on a ainsi :

$$\delta = aT = \frac{R}{2L} \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{R}{L\omega_0} \pi$$

et

$$d = \frac{R}{L\omega_0}$$

Nous verrons que c'est l'inverse du coefficient de surtension.

Le décrément simple varie habituellement de 1/50 pour un circuit ordinaire à 1/400 pour un circuit très soigné .

2,22 Constante de temps

Reprenons l'équation de la courbe enveloppe $I = Ae^{-at}$

et posons $a = \frac{1}{\theta}$ Nous avons $I = \frac{A}{e^{t/\theta}}$

à l'origine pour t = 0 $I_0 = A$

au bout d'un temps θ $I_1 = \frac{A}{e}$

au bout d'un temps 2θ $I_2 = \frac{A}{e^2}$

au bout d'un temps 3θ $I_3 = \frac{A}{e^3}$

θ est appelé constante de temps du circuit : c'est l'intervalle de temps après lequel l'amplitude a été divisée par e .

En pratique, les oscillations deviennent négligeables au bout de 3 ou 4 θ

la valeur de la constante de temps est aussi $\theta = \frac{1}{a} = \frac{2L}{R}$

d'autre part on a $\delta = aT$

donc : $$\theta = \frac{T}{\delta} = \frac{1}{\delta F}$$

Or δ est un coefficient caractérisant la qualité du circuit . A qualité égale δ est constant et ainsi la constante de temps est inversement proportionnelle à la fréquence . En moyenne, la constante de temps est habituellement :

à 500 KHz $20\,\mu s < \theta < 200\,\mu s$

à 1 MHz $10\,\mu s < \theta < 100\,\mu s$

à 2 MHz $5\,\mu s < \theta < 50\,\mu s$

Nous montrerons ultérieurement l'influence de la variation de θ avec la fréquence .

2,3 CIRCUIT RESONNANT SERIE

Appliquons une f.e.m. $e = E \sin \omega t$ à un circuit série L.R C Il circule un courant de valeur i à un instant donné.

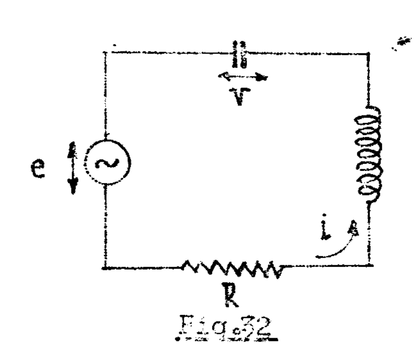


Fig.32

Appliquons la loi de Kirchoff

$$L \frac{di}{dt} + Ri + v = E \sin \omega t \qquad (1)$$

mais $\frac{dv}{dt} = \frac{i}{C}$

En dérivant (1) on obtient :

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = E\omega \cos \omega t \qquad (2)$$

La résolution de l'équation différentielle (2) donne lorsque l'amortissement est faible, l'équation du courant, suivante:

$$i = K e^{-at} \sin(\Omega t + \Psi) + I \sin(\omega t + \varphi)$$

avec : $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - a^2}$ où K une constante

ω_0 étant la pulsation du circuit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

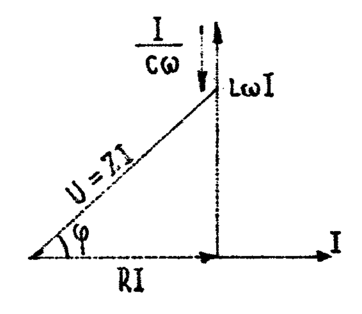
a le coefficient d'amortissement : $a = \frac{R}{2L}$

Le premier terme est un régime transitoire d'oscillations libres amorties qui intervient en régime d'impulsions (voir 2,51) le deuxième régime permanent sinusoïdal ayant la pulsation de la f.e.m. appliquée .

2,31 Impédance

Etudions le circuit en régime permanent, c'est-à-dire quelques instants après la mise sous tension .

En prenant le courant permanent comme origine des phases, on peut tracer le diagramme ci-dessous(fig. 33.)



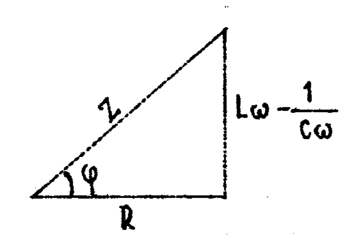


Fig.33

La chute de tension totale U = Z I est égale à la somme des chutes de tension aux bornes de la résistance, de la self et de la capacité .

En divisant les trois côtés du triangle ainsi formé, par I on obtient le triangle d'impédance qui permet de trouver :

$$Z = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2$$

et le déphasage entre U et I par :

$$tg\ \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

Lorsque la fréquence est telle que : $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$

les termes réactifs se neutralisent et l'impédance passe par un minimum égal à R . En même temps, le déphasage s'annule . On dit qu'il y a résonnance et le courant passe par un maximum:

$$I_{max} = \frac{E}{R}$$

La figure 34 montre les variations du module de l'impédance ainsi que le déphasage en fonction de la fréquence.

A la résonance le déphasage est nul .

Aux fréquences inférieures le terme $-\frac{1}{C\omega}$ l'emporte sur le terme $L\omega$ et le déphasage est négatif .

Au-dessus de la résonance le déphasage devient positif, les limites étant $\pm\frac{\pi}{2}$

Dans le cas théorique d'un circuit à résistance nulle, la réactance est négative jusqu'à la résonance avec : $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

puis devient positive au-dessus de ω_0 le déphasage passant brusquement de

$$-\frac{\pi}{2} \text{ à } +\frac{\pi}{2}$$

La condition de résonance nous permet de calculer la pulsation d'accord du circuit .

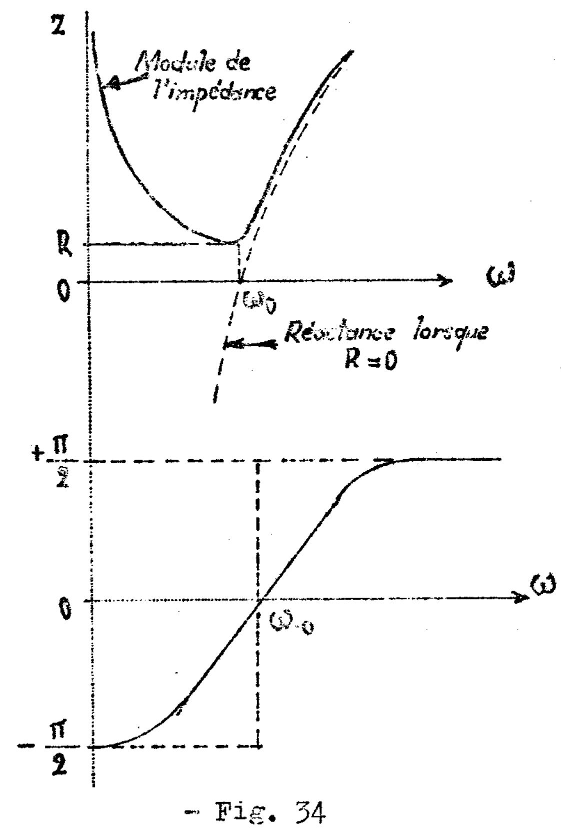
$$L\omega_0 = \frac{1}{C\Omega_0}$$

$$LC\omega_0^2 = 1$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

d'où l'on tire la formule de Thomson $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

on contient T . en seconde avec L en henry et C en farad .



- Fig. 34

2,32 Surtension

Les chutes de tension qui apparaissent aux bornes des éléments C L R sont respectivement :

$$U_C = \frac{I_{max}}{C\omega_0}$$

$$U_L = L\omega_0 \; I_{max}$$

$$U_R = RI_{max}$$

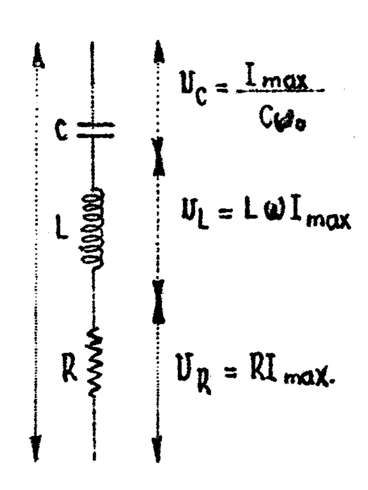


Fig. 35

La tension aux bornes de l'ensemble est : $U = U_C + U_L + U_R$

mais les tensions U_C et U_L sont égales et en opposition de phase,

ainsi la tension totale est : $U = U_R$

Or si la résistance est faible, la tension totale est nettement plus faible que les tensions partielles aux bornes de la self et de la capacité : il y a un phénomène de surtension .

On définit à cet effet le coefficient de surtension :

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$$

soit :

$$\boxed{Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}}$$

Les coefficients de surtension qui varient habituellement de 50 à 400 peuvent atteindre des valeurs beaucoup plus élevées dans des cas spéciaux, comme par exemple les cavités résonnantes,

2,33 Sélectivité

Supposons un circuit résonnant seul alimenté sous une f.é.m constante E . Le courant qui le traverse $I = \frac{E}{Z}$ varie d'une façon inversement proportionnelle à l'impédance

Le courant passe par un maximum à la résonnance .

Soit : $$I_0 = \frac{E}{R}$$

Pour un décalage $d\omega$ par rapport à la résonance le courant diminue et devient :

$$I_1 = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

avec par exemple $\omega = \omega_0 + d\omega$

Pour évaluer l'affaiblissement produit on utilise le facteur de Sélectivité :

$$S = \frac{I_0}{I_1}$$

soit:

$$S = \frac{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}{R}$$

$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{R^2}\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

La réactance peut se transformer de la façon suivante :

$$X = L\omega - \frac{1}{C\omega} = L\left(\omega - \frac{1}{LC\omega}\right)$$

mais $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$

donc $X = L\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)$

en développant la différence des carrés

$$X = \frac{L(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega}$$

mais $\omega - \omega_0 = \Delta\omega$

et $\omega + \omega_0 \cong 2\omega \qquad \omega \cong \omega_0$

donc en définitive

$$X = 2L\,\Delta\omega$$

Le facteur de sélectivité peut s'écrire alors

$$S = \sqrt{1 + \frac{4L^2\Delta\omega^2}{R^2}}$$

Introduisons le coefficient de surtension

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} \qquad \text{soit} \qquad \frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_0}$$

On obtient ainsi : $\frac{I_0}{I}\ S = \sqrt{1 + 4Q^2\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}$

$$\boxed{\frac{I_0}{I} = S = \sqrt{1 + 4Q^2\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2}}$$

On exprime habituellement le facteur de sélectivité en décibels :

$$N_{\text{décibels}} = 20 \log_{10} \frac{I_0}{I}$$

La figure 36 représente la courbe de sélectivité d'un circuit résonant .

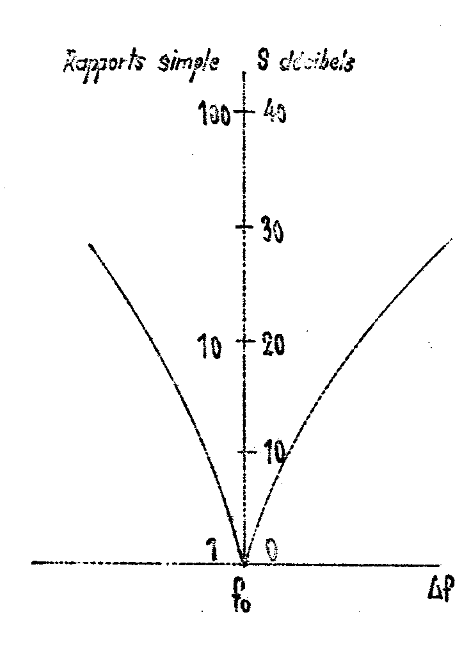


Fig. 36

Remarque -

La notion de sélectivité permet de déterminer la bande passante d'un circuit résonnant .

On peut admettre qu'un affaiblissement de 3 db (rapport $\sqrt{2}$) n'est pas sensible, un affaiblissement de 6 db (rapport 2) est peu sensible, un affaiblissement de 10 db (rapport 3) est appréciable, un affaiblissement de 20 db (rapport 10) est très important .

La bande passante est donc celle donnant un facteur de sélectivité inférieur à 6 db.

Prenons par exemple 3 db . On a:

Il faut que : $S = \sqrt{2} = \sqrt{1 + 4Q^2\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2}$

donc : $1 = 4Q^2 \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2$

d'où l'on tire $Q = \frac{f_0}{2\Delta f}$, $2\Delta f$ étant la bande passante du circuit . Ainsi la surtension doit être telle que :

$$Q = \frac{\text{fréquence porteuse}}{\text{bande passante}}$$

2,4 CIRCUIT RESONNANT PARALLELE

Lorsqu'on branche en parallèle une inductance L de résistance R et une capacité C, et que l'on alimente l'ensemble par une source alternative sinusoïdale connectée entre les points A et B (fig. 37) on obtient un circuit qui présente une impédance maximum lorsque la pulsation ω de la source est approximativement égale à la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ du circuit . On dit que le circuit est un circuit antirésonnant, ou encore un circuit "bouchon" .

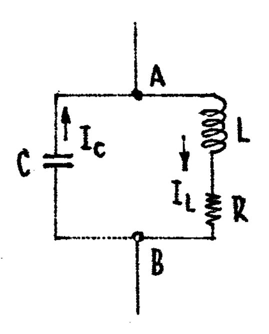


Fig. 37

2,41 Calcul de l'impédance du circuit antirésonnant :

L'impédance de la branche " self" est

$$Z_L = R + jL\omega$$

L'impédance de la branche "capacité est :

$$Z_C = \frac{-j}{C\omega}$$

L'impédance de l'ensemble du circuit est donc :

$$Z = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{-\frac{j}{C\omega}(R + jL\omega)}{R + jL\omega - \frac{j}{C\omega}}$$

et en multipliant numérateur et dénominateur par $jC\omega$:

$$Z = \frac{R + jL\omega}{jRC\omega + (1 - LC\omega^2)}$$

expression dont le module est

$$|Z| = \sqrt{\frac{R^2 + L^2\omega^2}{R^2C^2\omega^2 + (1 - LC\omega^2)^2}}$$

Nous n'étudierons que les circuits antirésonnants usuels en haute fréquence. Dans ce cas le rapport $\frac{L\omega_0}{R}$ est compris entre 50 et 500 c'est-à-dire que l'on peut négliger R^2 devant $L^2\omega^2$

L'impédance du circuit s'écrit alors

$$|Z| = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2C^2\omega^2 + (1 - LC\omega^2)^2}}$$

ou

$$|Z| = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2C^2}{L^2} + \left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)^2}}$$

Lorsque $\omega = \omega_0 = \frac{1}{LC}$, il y a antirésonance, et l'impédance devient

$$Z_0 = \frac{L}{RC} \qquad \text{et comme} \qquad C = \frac{1}{L\omega_0^2}$$

$$Z_0 = \frac{L^2\omega_0^2}{R} = Q\,L\omega_0 \qquad \text{avec} \qquad Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

Cette impédance élevée est sensiblement une résistance pure car la relation :

$$Z = \frac{R + jL\omega}{jRC\omega + 1 - LC\omega^2}$$

s'écrit en faisant $\omega = \omega_0$

$$Z = \frac{R + jL\omega_0}{jRC\omega_0} = \frac{L}{CR} + \frac{1}{jC\omega_0}$$

expression qui montre que pour $\omega = \omega_0$, le circuit antirésonnant est équivalent a une résistance pure de valeur $\frac{L}{RC}$ en série avec la même capacité C que celle qui accorde l'inductance L , ainsi que le montre la figure 38

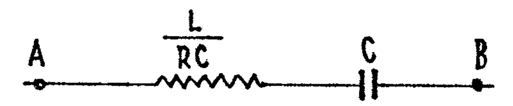


Fig. 38

Mais il faut remarquer que dans les cas usuels, la réactance du condensateur est négligeable devant la valeur $\frac{L}{RC}$ et le circuit est sensiblement une résistance pure .

2,42 Courbe des variations de l'impédance en fonction de ω

Cette courbe est donnée par la figure 39 , elle montre que l'impédance varie assez rapidement et à peu près symétriquement pour des fréquences situées de part et d'autre de ω_0 .

La figure 40 montre les variations du déphasage φ entre la tension aux bornes du circuit et le courant total circulant dans le circuit . Ce déphasage nul pour ω_0 varie de $+\frac{\pi}{2}$ à $-\frac{\pi}{2}$ ce qui montre que le circuit antirésonnant se comporte comme une self pour les pulsations ω inférieures à ω_0 et comme une capacité pour les pulsations ω supérieures à ω_0 .

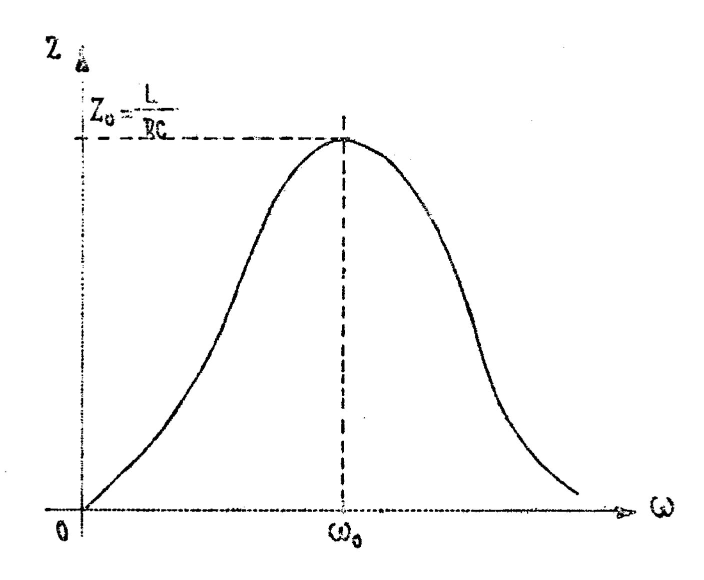


Fig. 39

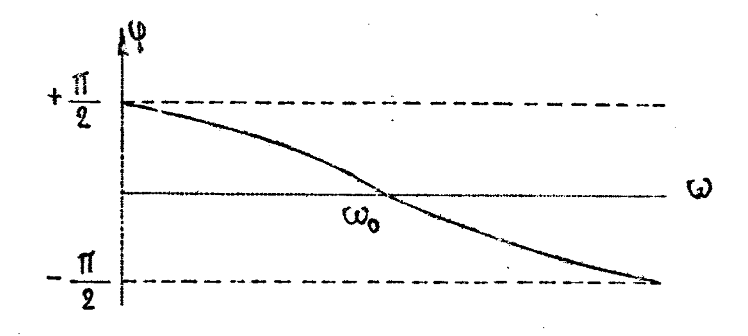


Fig.40

2,43 Intensité dans l'inductance par rapport à l'intensité totale lorsque le circuit est accordé .

Les calculs d'impédance effectués d'après la figure 37 nous donnent

$$Z_L \cong j L \omega_0$$

$$Z_0 \cong Q L \omega_0$$

Si V_0 est la d.d.p. aux bornes du circuit on a évidemment

$$I_0 = \frac{V_0}{Z_0} = \frac{V_0}{Q L\omega_0}$$

et

$$I_L = \frac{V_0}{j L\omega_0}$$

Ces deux équations permettent de noter que le courant I_L est déphasé d'à peu près $\frac{\pi}{2}$ en arrière sur le courant total I (si la résistance de la self est très petite) et que d'autre part le rapport des amplitudes des courants I_L et I est

$$\frac{I_L}{I} = \frac{\frac{V_0}{L\omega_0}}{\frac{V_0}{Q L\omega_0}} = Q$$

en rappelant que $Q = \frac{L\omega_0}{R}$

Q exprime donc dans le cas du circuit antirésonnant, le rapport du courant dans l'inductance L au courant total .

2,44 ## Sélectivité du circuit antirésonnant

Supposons que le circuit antirésonnant soit alimenté par un courant $i = I \sin \omega t$ constant quel que soit ω , c'est-à-dire indépendant de l'impédance Z du circuit antirésonnant qui varie avec ω .(Ce cas se rencontre en pratique lorsque le circuit antirésonnant est placé dans le circuit d'un tube pentode ou dans le circuit collecteur d'un transistor) .

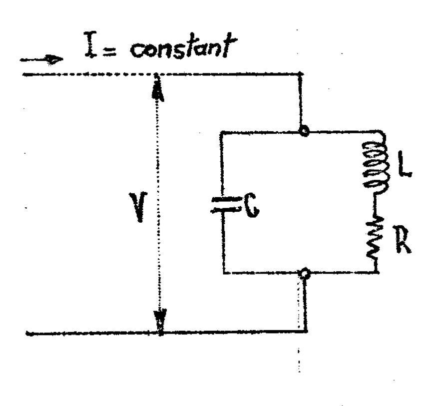


fig. 41

Lorsque ω varie on peut écrire :

$V = Z.I.$ Z étant l'impédance du circuit pour une valeur quelconque de ω :

Et pour la valeur particulière $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$V_0 = Z_0 I.$ Z_0 étant l'impédance maximum du circuit, V_0 passe également par un maximum et l'on a

$$\frac{V_0}{V} = \frac{Z_0}{Z}$$

La courbe de la fonction $V = f(\omega)$ a évidemment la même allure que la courbe $Z = f(\omega)$ représentée figure 39 .

Calculons la valeur du rapport $\frac{V_0}{V_1} = \frac{Z_0}{Z_1}$ V_0 étant la tension aux bornes du circuit a la pulsation de résonnance ω_0

V_1 étant la tension aux bornes du circuit à la pulsation $\omega_1 = \omega_0 - \Delta\omega$

$\Delta\omega$ est un accroissement faible : $\Delta\omega \ll \omega_0$

Nous avons $\frac{V_0}{V_1} = \frac{Z_0}{Z_1}$ avec

$$Z_0 = \frac{L}{RC} \quad \text{et} \quad Z_1 = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2C^2}{L^2} + \left(\frac{1}{L\omega_1} - C\omega_1\right)^2}}$$

donc $$\frac{Z_0}{Z_1} = \sqrt{1 + \frac{L^2}{R^2C^2}\left(\frac{1}{L\omega_1} - C\omega_1\right)^2}$$

Examinons l'expression $\frac{1}{L\omega_1} - C\omega_1$. Elle est égale à :

$$C\left(\frac{1}{LC\omega_1} - \omega_1\right) \quad \text{mais} \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

on a donc $\frac{1}{L\omega_1} - C\omega_1 = \frac{\omega_0^2}{\omega_1} - \omega_1 = \frac{\omega_0^2 - \omega_1^2}{\omega_1} = \frac{(\omega_0 + \omega_1)(\omega_0 - \omega_1)}{\omega_1}$

Or puisque $\Delta\omega$ est très petit, on a $\omega_0 + \omega_1 \cong 2\omega_1$ et $\omega_0 - \omega_1 = \Delta\omega$

Finalement $\left(\frac{1}{L\omega_1} - C\omega_1\right) \cong 2C\ \Delta\omega$

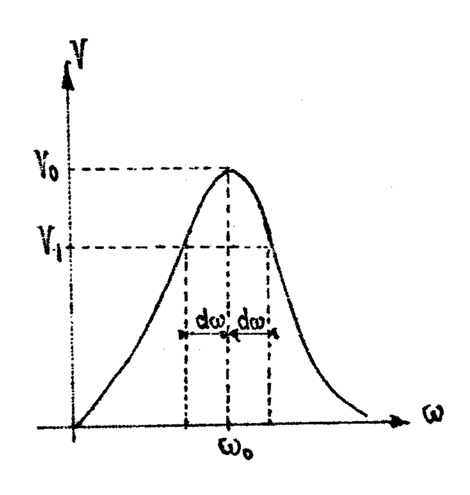


Fig.42

Portons dans l'expression de $\frac{Z_0}{Z}$:

$$\frac{Z_0}{Z} = \sqrt{1 + \frac{L^2}{R^2C^2}(2C\Delta\omega)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{2L}{R}\Delta\omega\right)^2}$$

Mais comme on a $Q = \frac{L\omega_0}{R}$

On obtient finalement

$$\frac{V_0}{V} = \frac{Z_0}{Z} = \sqrt{1 + 4Q^2\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

ou encore

$$\boxed{\frac{V_0}{V} = \sqrt{1 + 4Q^2\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2}}$$

Cette formule est la même que celle trouvée à propos du circuit série et qui donnait le rapport $\frac{I_0}{I}$.

2,5 CIRCUITS RESONNANTS EN REGIME D'IMPULSION

Appliquons à un circuit résonnant une impulsion de pulsation ω pendant un intervalle de temps Δt .

L'équation générale du courant, dans un circuit série par exemple est :

$$i = K e^{-at} \sin(\Omega t + \varphi) + I \sin(\omega t - \varphi)$$

supposons tout d'abord le circuit à l'accord.

A l'établissement de l'impulsion le signal appliqué et le terme transitoire sont de même fréquence.

On démontre que dans ce cas $k = -I$, $\psi = 0$, $\varphi = 0$
Le courant instantané s'écrit donc :

$$i = I\,(1 - e^{-at})\,\sin \Omega t$$

A la fin de l'impulsion un terme transitoire, exponentiel décroissant, subsiste seul. Le courant est :

$$i = I\,e^{-at}\,\sin \Omega t$$

On constate d'après la figure 43 que l'impulsion est déformée, le retard à la mise en oscillation étant compensé par un retard de l'arrêt.

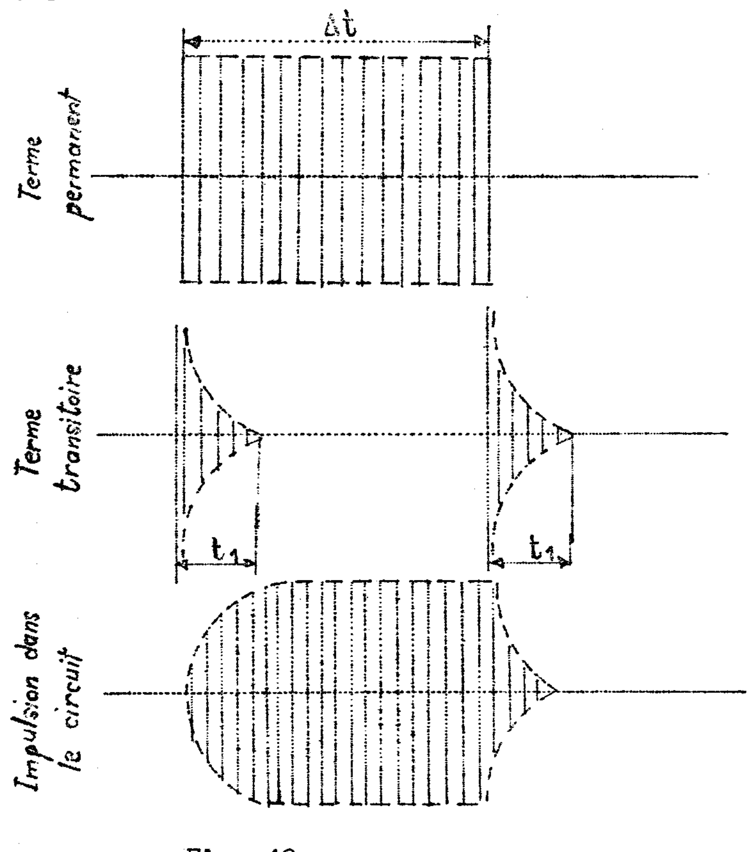


Fig. 43

La durée t_1 de chaque régime transitoire est environ 4 fois la constante de temps du circuit .

$$t_1 \# \frac{8L}{R}$$

soit en introduisant le coefficient de surtension :

$$t_1 \# \frac{8Q}{\Omega} = \frac{4Q}{\pi f}$$

ainsi le signal est d'autant moins déformé que Q est faible et la fréquence élevée .

Lorsque le circuit n'est pas à l'accord, la fréquence du terme transitoire qui dépend des caractéristiques du circuit, est différent de la fréquence du signal . A l'établissement les 2 oscillations donnent lieu à un battement à la différence de leurs fréquences .

La fin de l'impulsion comporte une oscillation à la fréquence du signal suivie d'un régime transitoire à la fréquence propre au circuit (Fig. 44)

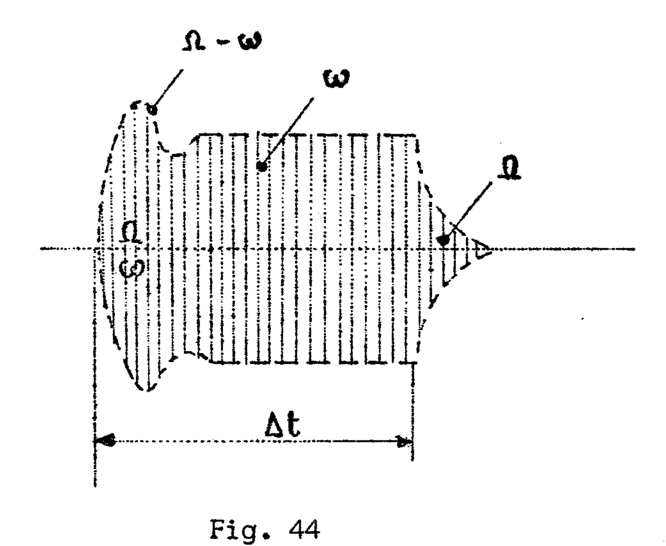


Fig. 44

2,6 Quand le courant traversant un circuit accordé varie subitement, il se produit des oscillations dues au choc et appelées " Ring" Pour étudier ce phénomène réalisons le schéma donné par la figure 45 .

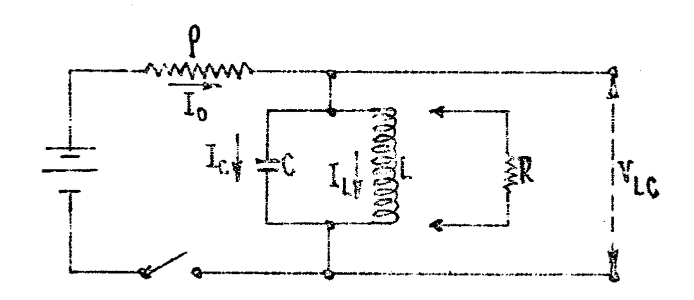


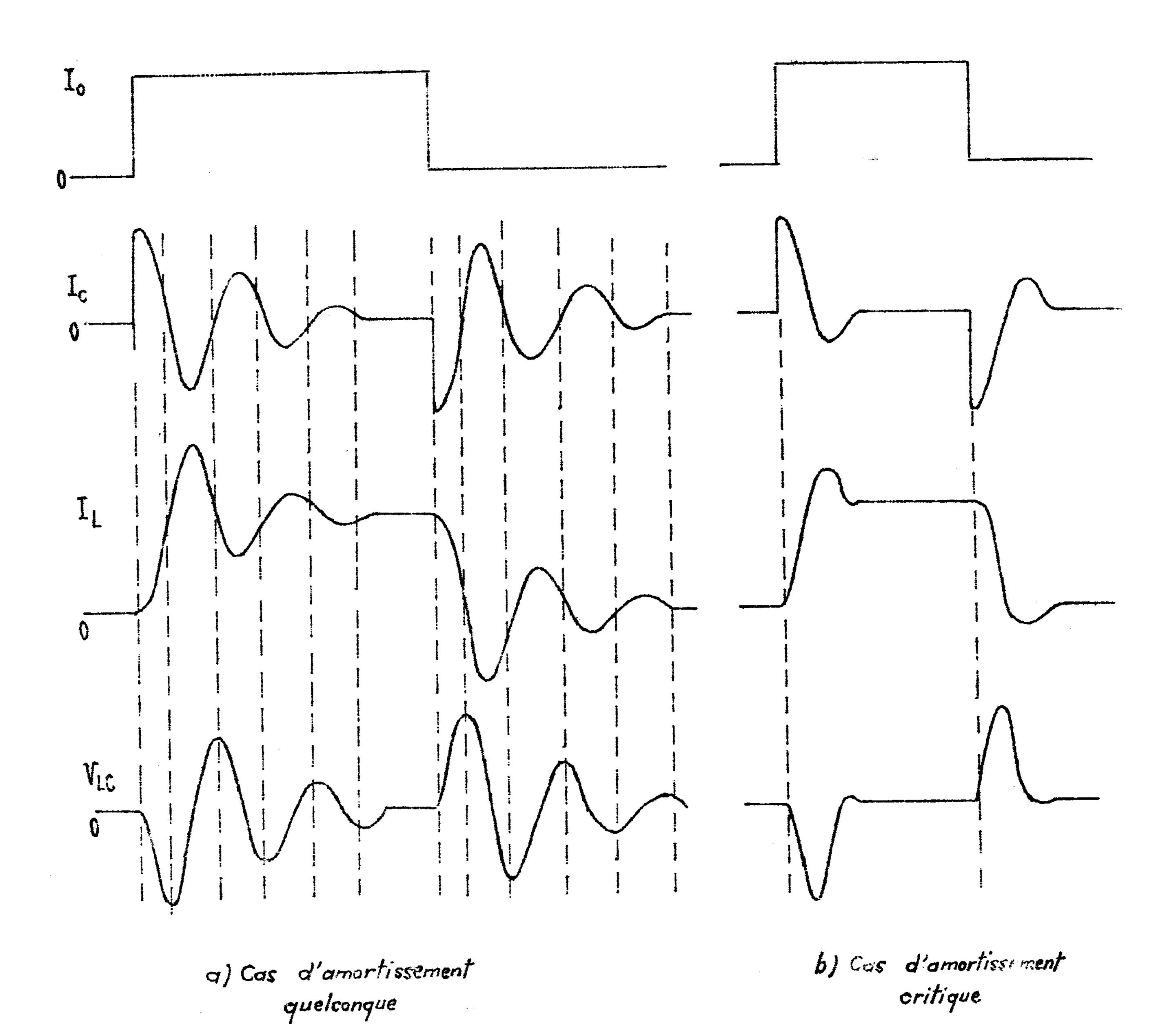
Fig. 45

Le circuit étant primitivement à l'état de repos, fermons brusquement l'interrupteur .

La source branchée sur le circuit LC par une résistance ρ de très grande valeur débite un courant sensiblement constant $I_0 = \frac{E}{\rho}$

Dès la fermature de l'interrupteur le courant I_0 traverse la capacité car l'inductance s'oppose à son passage . Ensuite l'intensité croît dans L pendant qu'elle décroît dans C . La tension aux bornes du circuit croît en charge la capacité . Lorsque $I_C = 0, I_L = \frac{E}{\rho}$ et la tension V_{LC} est maxima . La capacité se décharge alors dans l'inductance et fait croître I_L jusqu'à une valeur un peu inférieure à 2 I_0 . Un régime d'oscillations amorties se produit I_L et I_C étant en opposition de phase , V_{CL} et I_L ou I_C étant en quadrature avant ou arrière .

A l'ouverture de l'interrupteur un phénomène analogue se reproduit (Fig. 46 a) . La durée du régime oscillatoire dépend de l'amortissement du circuit oscillant. En introduisant une résistance en parallèle sur le circuit, on peut augmenter l'amortissement de telle sorte que le régime transitoire ne comporte qu'une seule oscillation (fig. 46 b) . On obtient ainsi aux bornes du circuit oscillant des impulsions alternativement positives et négatives (pips) .



I_0
0
I_C
0
I_L
0
V_{LC}
0
a) Cas d'amortissement quelconque
b) Cas d'amortissement critique

Fig. 46

CHAPITRE III

CIRCUITS COUPLES

3,1 MODES DE COUPLAGE

Etudions les différents modes de couplage entre deux circuits oscillants .

3,11 Couplage par champ magnétique ou couple Tesla .

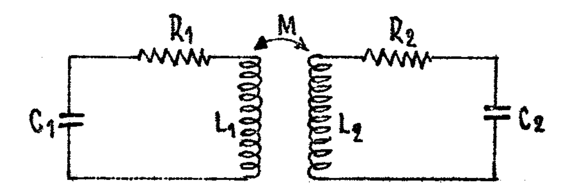


Fig. 47

Le couplage est obtenu par la mutuelle M existant entre les inductances L_1 et L_2 .

C'est le principe des transformateurs .

3,12 Couplage par capacité

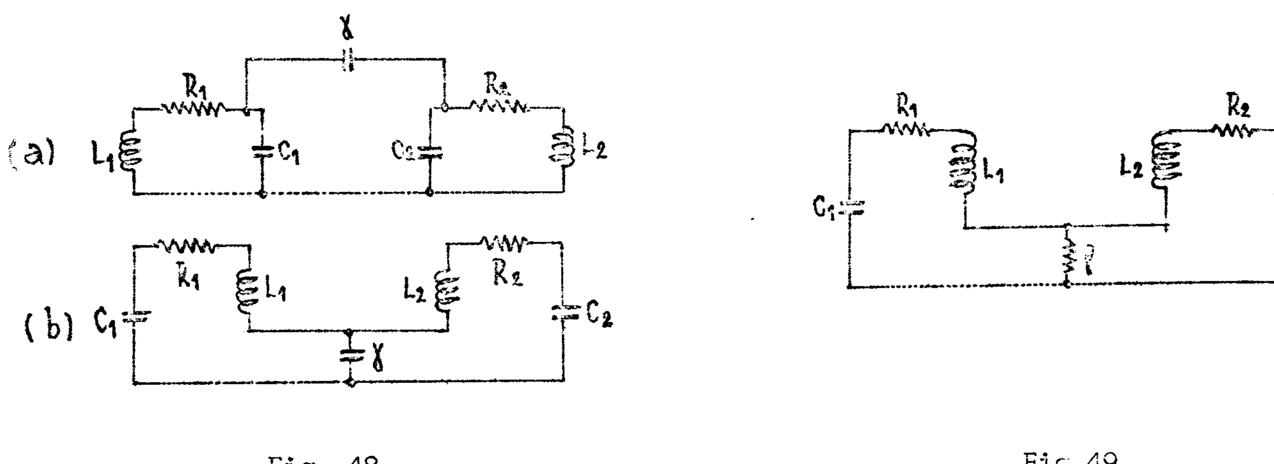


Fig. 48 Fig. 49

Deux cas sont possibles, soit que la capacité du couplage C mette les deux circuits en dérivation (fig. 48) (c'est un couplage en tension) ou qu'elle soit un élément commun des deux circuits (fig. 48 b) (c'est un couplage en intensité) .

3,13 Couplage par résistance

La résistance ρ étant branchée en série dans les deux circuits assure le couplage en intensité (fig. 49) .

3,14 Couplage mixte

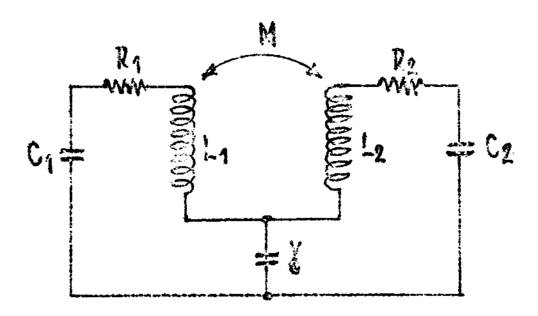


Fig. 50

Les modes de couplage précédents peuvent être combinés .

On utilise principalement le couplage par champ magnétique quelquefois complété par un couplage capacitif comme l'indique la fig. 50 .

Remarque . Les couplages par capacité et résistance sont souvent involontaires et donnent lieu à des effets parasites très gênants. Ils sont dûs souvent à un câblage mal étudié ou à de mauvaises soudures .

3,2 REGIME TRANSITOIRE DANS DEUX CIRCUITS COUPLES

Dans le cas de couplage magnétique de deux circuits la mise en équation du régime libre, provoqué par un choc électrique dans l'un des circuits, est la suivante :

$$\begin{cases} L_1 \dfrac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + V_1 + M \dfrac{di_2}{dt} = 0 \\ L_2 \dfrac{di_2}{dt} + R_2 i_2 + V_2 + M \dfrac{di_1}{dt} = 0 \end{cases}$$

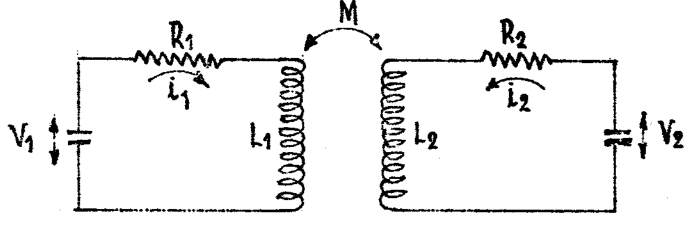


fig. 51

Mais $\dfrac{dV_1}{dt} = \dfrac{i_1}{C_1}$ et $\dfrac{dV_2}{dt} = \dfrac{i_2}{C_2}$

Le système devient :

$$\begin{cases} L_1 \dfrac{d^2 i_1}{dt^2} + R_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{d^2 i_2}{dt^2} + \dfrac{i_1}{C_1} = 0 \\ L_2 \dfrac{d^2 i_2}{dt^2} + R_2 \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{d^2 i_1}{dt^2} + \dfrac{i_2}{C_2} = 0 \end{cases}$$

On remarque ainsi l'intéraction des deux circuits :

Dans le cas particulier où les deux circuits ont la même période propre T_0 et un amortissement faible, on obtient dans chaque circuit deux courants de périodes :

$$T_1 = T_0 \sqrt{1+K}$$

$$T_2 = T_0 \sqrt{1-K}$$

avec K le coefficient de couplage défini par :

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Ces deux courants interfèrent et donnent lieu à un battement de fréquence :

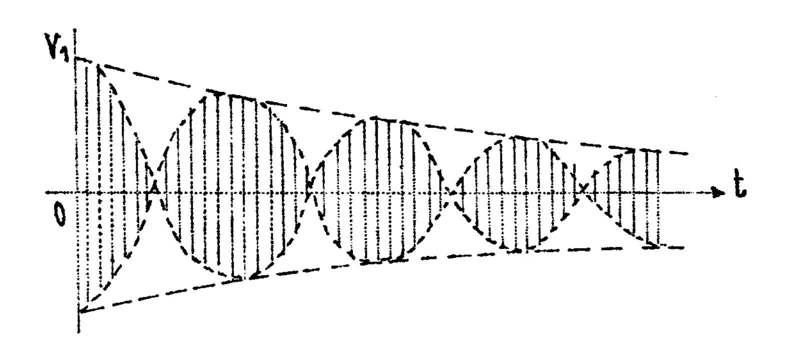
$$F = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}$$

Ainsi la fréquence du battement dépend du couplage .

Les deux battements sont en quadrature comme le montrent les courbes de tensions primaire et secondaire de la fig. 52 .

Ce fonctionnement peut être matérialisé à l'aide de deux pendules fixés à un même fil(fig. 53) . L'un des pendules lancé donne lieu à des oscillations amorties, il entraine progressivement le deuxième pendule par la torsion du fil, les oscillations de celui-ci augmentent jusqu'à ce que le premier pendule lui ait cédé toute son énergie puis elles s'amortissent en entrainant le premier pendule et ainsi de suite .

On peut vérifier ainsi la quadrature entre les deux battements .



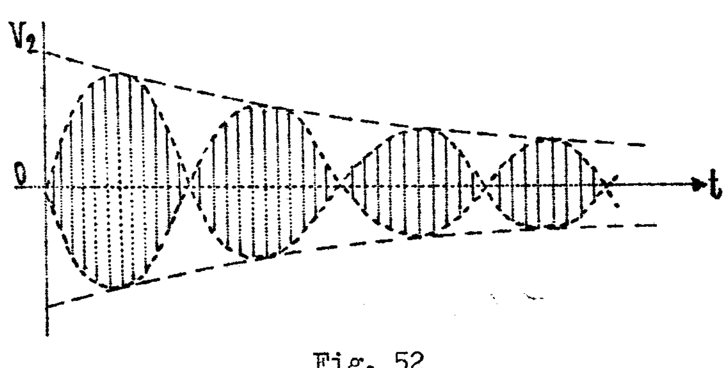


Fig. 52

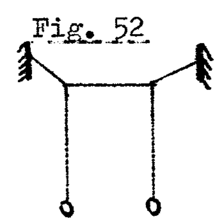


Fig.53

3,3 CIRCUITS ACCORDES A COUPLAGE MAGNETIQUE

3,31 Equations générales en régime alternatif sinusoïdal

Considérons le circuit primaire L_1 , R_1 ., C_1 , soumis à une f.é.m.

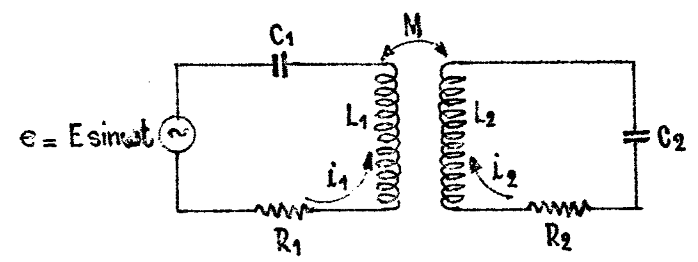


Fig. 54

$e = E \sin \omega t$ couplé avec une mutuelle M à un circuit secondaire L_2 R_2 C_2 (fig. 54).

Aussitôt après l'établissement de la f.é.m. il se produit un régime transitoire qui disparaît assez rapidement. Il subsiste alors le régime permanent qui se manifeste par les courants i_1 et i_2 ayant la pulsation ω.

Appelons X_1 et X_2 les réactances primaire et secondaire

$$X_1 = L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega}$$

$$X_2 = L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega}$$

Employons la notation imaginaire.

La Loi de Kirchoff appliquée aux deux circuits nous permet d'écrire :

$$\begin{cases} (R_1 + j X_1) I_1 + j M \omega I_2 = E & (1) \\ (R_2 + j X_2) I_2 + j M \omega I_1 = 0 & (2) \end{cases}$$

3,32 Intensité primaire

Portons I_2 tirée de l'équation (2) dans l'équation (1)

$$I_2 = - j \frac{M\omega}{R_2 + j X_2} I_1$$

et

$$(R_1 + j X_1) I_1 + \frac{M^2 \omega^2}{R_2 + j X_2} I_1 = E$$

mais

$$\frac{M^2 \omega^2}{R_2 + j X_2} = \frac{M^2 \omega^2 (R_2 - j X_2)}{R_2^2 + X_2^2} = \frac{M^2 \omega^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2 - j \frac{M^2 \omega^2}{R_2^2 + X_2^2}$$

l'équation (1) peut s'écrire :

$$\left(R_1 + \frac{M^2 \omega^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2\right) + j \left(X_1 - \frac{M^2 \omega^2}{R_2^2 + X_2^2} X_2\right) I_1 = E$$

Ainsi le circuit secondaire a pour effet d'augmenter la résistance primaire de :

$$\frac{M^2 \omega^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2$$

et de diminuer la réactance de :

$$\frac{M^2 \omega^2}{R_2^2 + X_2^2} X_2$$

Dans le cas de résonnance des circuits $X_1 = X_2 = 0$ et l'équation devient :

$$\left(R_1 + \frac{M^2 \omega_0^2}{R_2} \right) I_1 = E$$

d'où :

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + \frac{M^2 \omega_0^2}{R_2}}$$

$\frac{M^2 \omega_0^2}{R_2}$ La résistance du primaire est ainsi augmentée de l'image de la résistance secondaire .

3,33 Intensité secondaire

Reprenons le système d'équation :

$$\begin{cases} (R_1 + j X_1) I_1 + j M \omega I_2 = E & (1) \\ (R_2 + j X_2) I_2 + j M \omega I_1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Tirons I_1 de l'équation (2)

$$I_1 = - \frac{R_2 + j X_2}{j M \omega} I_2$$

et reportons cette expression dans l'équation (2)

$$\frac{-(R_1 + j X_1)(R_2 + j X_2)}{j M \omega} I_2 + j M \omega I_2 = E$$

d'où l'on tire :

$$I_2 = - j \frac{E M \omega}{M^2 \omega^2 + (R_1 + j X_1)(R_2 + j X_2)}$$

A la résonnance des circuits

$$I_{2r} = - j \frac{E M \omega_0}{M^2 \omega_0^2 + R_1 R_2}$$

ce que l'on peut écrire sous la forme:

$$I_{2r} = -j \frac{EM\omega_0}{R_1 R_2 \left(1+\frac{M^2\omega_0^2}{R_1 R_2}\right)}$$

Posons $n^2 = \frac{M^2\omega_0^2}{R_1 R_2}$

ce qui donne : $M\omega_0 = n\sqrt{R_1 R_2}$

et le courant secondaire devient

$$I_{2r} = -j \frac{En\sqrt{R_1R_2}}{R_1 R_2 \quad 1+n^2} = -j\frac{E}{\sqrt{R_1R_2}} \quad \frac{n}{(1+n^2)}$$

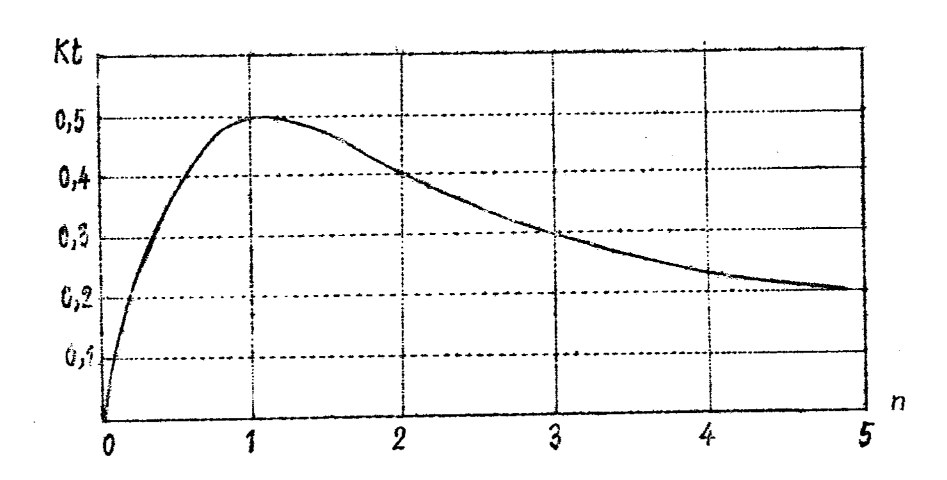
$n = \frac{M\omega_0}{\sqrt{R_1R_2}}$ est appelé <u>indice de couplage</u>

et $Kt = \frac{n}{1+n^2}$ est le <u>coefficient de transmission.</u>

Si l'on trace la courbe de $Kt = f(n)$ on constate que Kt passe par un maximum égal à 1/2 lorsque $n = 1$ (fig. 55) .

La valeur de I_2 passe également par un maximum, on a alors réalisé le <u>couplage critique</u> .

$$I_{2r}\ \text{critique} = \frac{E}{2\sqrt{R_1R_2}}$$



<u>Fig. 55</u>

Pour des indices de couplage différents de l'unité le courant diminue, on a :

$$I_2 = \frac{E}{\sqrt{R_1 R_2}} = \frac{E\,n}{\sqrt{R_1 R_2}\,(1+n^2)}$$

Lorsque $n < 1$ on dit que le couplage est lâche
Lorsque $n > 1$ on dit que le couplage est serré

Remarque - En plus des coefficients qui viennent d'être définis, on utilise également le coefficient de couplage :

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Dans le cas de mutuelle parfaite :

$M = \sqrt{L_1 L_2}$ et $k = 1$ Donc k est un coefficient pouvant varier entre 0 et 1, mais pratiquement, on ne peut réaliser de couplage pour lesquels $K > 0,6$ dans les transformateurs haute fréquence.

3,34 Sélectivité et courbes de résonance .

Etudions maintenant les variations de courant secondaire en fonction de la fréquence aux environs de la résonance et pour différents couplages . Nous supposerons pour simplifier deux circuits identiques .

Reprenons l'expression générale du courant secondaire .

En faisant $R_1 = R_2 = R$
$X_1 = X_2 = X$

il vient

$$I_2 = -j\,\frac{EM\omega}{M^2\omega^2 + (R + jX)^2}$$

Nous pouvons écrire en divisant numérateur et dénominateur par R^2

$$I_2 = -j\,\frac{E}{R}\cdot\frac{\frac{M\omega}{R}}{\frac{M^2\omega^2}{R^2} + \frac{R^2 - X^2 + 2jRX}{R^2}}$$

$\Delta\omega$ étant petit, ω_0 est très peu différent de ω on peut remplacer $\frac{M\omega}{R} \# \frac{M\omega_0}{R}$ par l'indice n .

Il vient

$$I_2 = -j\frac{E}{R}\;\frac{n}{n^2+1-\frac{X^2}{R^2}+j\frac{2X}{R}}$$

Considérons n comme un paramètre et X comme variable lorsque l'on fait un décalage $\Delta\omega$ par rapport à ω_0

On sait que l'on a :

$$X = 2L\,\Delta\omega \qquad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{X}{R} = 2Q\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

Posons pour simplifier l'écriture $\frac{X}{R} = h$

Le courant secondaire s'écrit

$$I_2 = -j\frac{E}{R}\;\frac{n}{n^2+1-h^2+2jh}$$

Expression qui a pour module :

$$I_2 = \frac{E}{R}\;\frac{n}{\sqrt{(n^2+1-h^2)^2+4h^2}}$$

Etudions les variations de la fonction

$$y = (n^2+1-h^2)^2+4h^2$$

Dérivons

$$\frac{dy}{dh} = -4h\,(n^2+1-h^2)+8h = -4hn^2-4h+4h^2+8h$$
$$= -4h\,(n^2-1-h^2)$$

expression qui s'annule pour :

$$h = 0 \qquad \text{si } n < 1$$

et

$$\begin{cases} h = 0 \\ h = \pm\sqrt{n^2-1} \quad \text{si} \quad n > 1 \end{cases}$$

$h = 0$ correspond à un minimum de la fonction y si $n < 1$ donc à un maximum de I_2.

$h = \pm\sqrt{n^2-1}$ correpond à un minimum de la fonction y si $n > 1$ donc à un maximum de I_2, et dans ce même cas $h = 0$ correspond à un minimum de I_2.

<u>Nous distinguerons donc trois cas</u> :

1er cas : $n \ll 1$

Dans ce cas le courant I_2 passe par un seul maximum pour $h = \frac{X}{R} = 0$, c'est-à-dire $2Q\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 0$ autrement dit pour la pulsation de résonance ω_0 .

Pour cette valeur ω_0 , le courant I_2 vaut $I_{2r} = -j\frac{E}{R}\cdot\frac{n}{1+n^2}$ et le rapport $\frac{I_{2r}}{I_2}$ s'écrit :

$$S = \frac{I_{2r}}{I_2} = \frac{1+n^2-\frac{X}{R^2}+j\frac{2X}{R}}{1+n^2}$$

si $n \ll 1$, on peut négliger n^2 devant 1, c'est-à-dire que

$$S \cong 1 - \frac{X^2}{R^2} + j\frac{2X}{R} = \left(1 + j\frac{X}{R}\right)^2$$

en remplaçant $\frac{X}{R}$ par $2Q\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ on obtient en module :

$$\boxed{S = \frac{I_{2r}}{I_2} = 1 + 4Q^2\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

La sélectivité de deux circuits identiques couplés avec $n \ll 1$ est donc égale au carré de la sélectivité d'un seul circuit.

2e cas : $n = 1$

Dans ce cas le courant secondaire passe toujours par un seul maximum pour $h = \frac{X}{R} = 0$, mais c'est un cas limite . La Valeur de ce maximum de courant secondaire est $I_{2r} = \frac{E}{2R}$ si les deux circuits sont identiques :

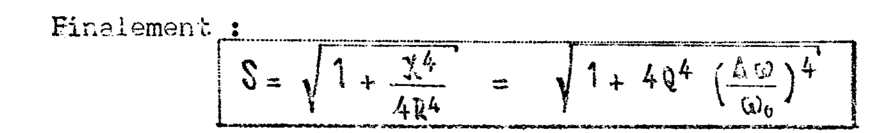
Le rapport $\frac{I_{2r}}{I_2}$ s'écrit :

$$S = \frac{2 - \frac{X^2}{R^2} + j\frac{2X}{R}}{2} = 1 - \frac{X^2}{2R^2} + j\frac{2X}{R}$$

Soit en module :

$$S = \sqrt{\left(1 - \frac{X^2}{2R^2}\right)^2 + \frac{X^2}{R^2}} = \sqrt{1 - \frac{X^2}{R^2} + \frac{X^4}{4R^4} - \frac{X^2}{R^2}}$$

Finalement :



$$S = \sqrt{1 + \frac{X^4}{4R^4}} = \sqrt{1 + 4Q^4 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^4}$$

Dans les cas usuels, la valeur de S au couplage critique est environ la moitié de celle trouvée avec les mêmes circuits au couplage lâche . Cependant au couplage critique on obtient un courant secondaire maximum et un rendement supérieur a celui obtenu avec le couplage lâche .

3e cas : $n > 1$

Nous avons vu que dans ce cas le courant secondaire I_2 passe par deux maximum pour $h = \pm \sqrt{n^2 - 1}$ la valeur $h = 0$ correspondant à un minimum

Calculons l'écart $\Delta_1 \omega$ de part et d'autre de ω_0 pour lequel I_2 passe par un maximum . Nous avons posé $h = \frac{X}{R} = 2Q\frac{\Delta_1\omega}{\omega_0}$

Nous avons donc $$2Q \frac{\Delta_1 \omega}{\omega_0} = \pm \sqrt{n^2 - 1}$$

Nous en tirons $$\Delta_1 \omega = \pm \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{n^2 - 1}$$

La courbe de résonance a donc dans ce cas l'allure de la figure 56 :

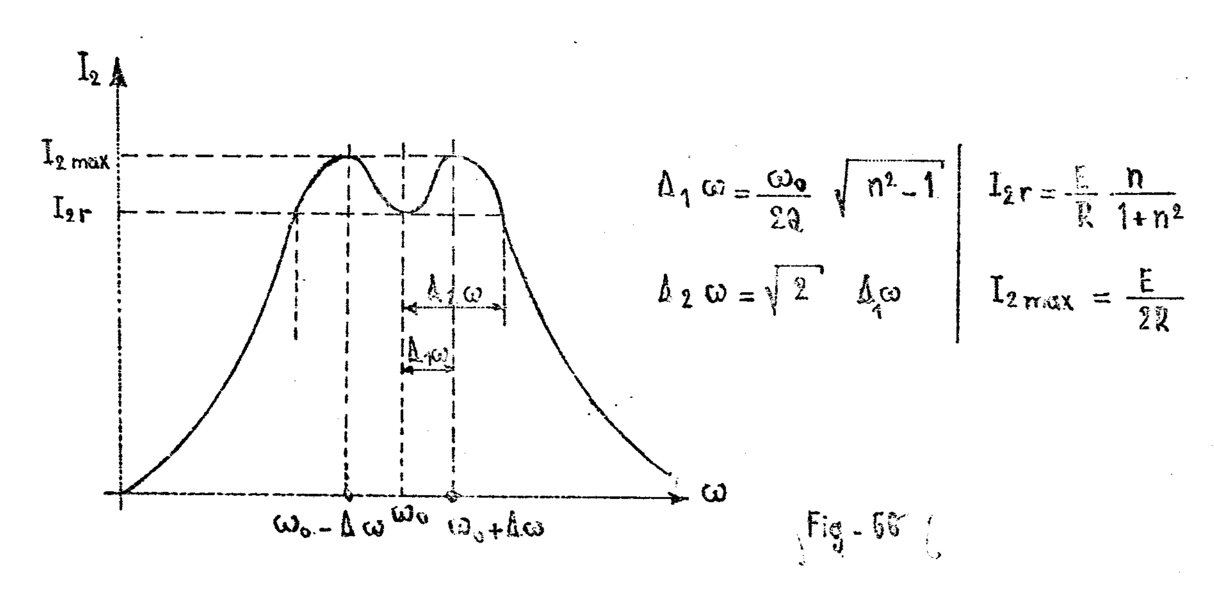


Fig - 56

Le courant correspondant aux pulsations $\omega_0 + d\omega$ et $\omega_0 - d\omega$ peut se calculer, nous savons que :

$$I_2 = -j\frac{E}{R}\cdot\frac{n}{n^2+1-\frac{X^2}{R^2}+j\frac{2X}{R}}$$

avec $\frac{X}{R} = 2Q\frac{\Delta_1\omega}{\omega_0}$ et par ailleurs $\Delta_1\omega = \pm\frac{\omega_0}{2Q}\sqrt{n^2-1}$

ce qui donne $\frac{X}{R} = \sqrt{n^2-1}$

en portant cette valeur dans l'expression de I_2 ci-dessus, on trouve après simplifications :

$$I_{2\,max} = \frac{E}{2R}$$

C'est la même valeur que celle que l'on obtient avec n = 1 à la pulsation ω_0, mais pour $n > 1$ ce maximum de I_2 se produit pour les deux pulsations $\omega_0+\Delta_1\omega$ et $\omega_0-\Delta_1\omega$

La figure 56 montre également que pour des décalages $\Delta_2''\omega$ plus grands que $\Delta_1\omega$, le courant I_2 diminue à nouveau et retrouve la valeur obtenue à la résonance, c'est-à-dire

$$I_{2r} = \frac{E}{R}\cdot\frac{n}{1+n^2}.$$

Pour ce décalage $\Delta_2''\omega$, le courant I_2 s'écrit

$$I_2 = \frac{E}{R}\cdot\frac{n}{\sqrt{(n^2+1-h^2)^2+4h^2}} \quad \text{avec } h = \frac{X}{R} = 2Q\frac{\Delta_2\omega}{\omega_0}$$

Pour avoir $I_2 = I_{2r}$ on doit donc avoir

$$\sqrt{(n^2+1-h^2)^2+4h^2} = 1+n^2$$

Cette équation est satisfaite pour $h=0$ ce qui correspond à la résonance et $h = \sqrt{2}\cdot\sqrt{n^2-1}$

On trouve donc pour le décalage $\Delta_2\omega$:

$$\Delta_2\omega = \frac{\sqrt{2}\,\omega_0}{2Q}\sqrt{n^2-1}$$

$$\text{Soit}\quad \Delta_2\omega = \sqrt{2}\,\Delta_1\omega$$

Enfin pour des décalages encore plus grands que $\Delta_2 \omega$ de part et d'autre de ω_0, il est possible de calculer une formule de sélectivité, en admettant toujours que le décalage $\Delta \omega$ est très faible par rapport à ω_0.

De la relation générale

$$S = \frac{I_{2r}}{I_2} = \frac{1 + n^2 - \frac{X^2}{R^2} + j\,\frac{2X}{R}}{1 + n^2}$$

On tire en remplaçant $\frac{X}{R}$ par $2Q\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ et en passant à l'expression en module :

$$S = \frac{\sqrt{\left[1 + n^2 - 4Q^2\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 16Q^2\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}}{1 + n^2}$$

Nous remarquerons d'ailleurs que cette relation est valable pour toutes les valeurs de n : $n < 1$, $n = 1$, $n > 1$.

Cependant les calculs numériques à partir de cette formule étant très longs, on préfère l'utilisation de courbes universelles de sélectivité.

En remarquant que l'on a : $S = f(h)$

avec $h = 2Q\,\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ ou $h = 2Q\,\frac{\Delta f}{f_0}$

On peut tracer la courbe $S = f(h)$ pour une valeur donnée de n par exemple $n = 0,5$, et tracer de la même manière un réseau de courbes $S = f(h)$ pour différentes valeurs de n par exemple $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ etc... Ces courbes appelées courbes universelles de Sélectivité sont d'usage courant.

Remarque. Lorsque les coefficients de surtension des deux circuits sont très différents, le couplage optimum qui n'est plus appelé couplage critique, mais "couplage transitionnel" se produit par un indice n supérieur à 1.

On démontre que cet indice de couplage transitionnel est donné par la relation

$$n_t = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{Q_1}{Q_2} + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}$$

La figure 57 ci contre résume les propriétés de sélectivité des circuits couplés à primaire et secondaire accordé pour différentes valeurs de n

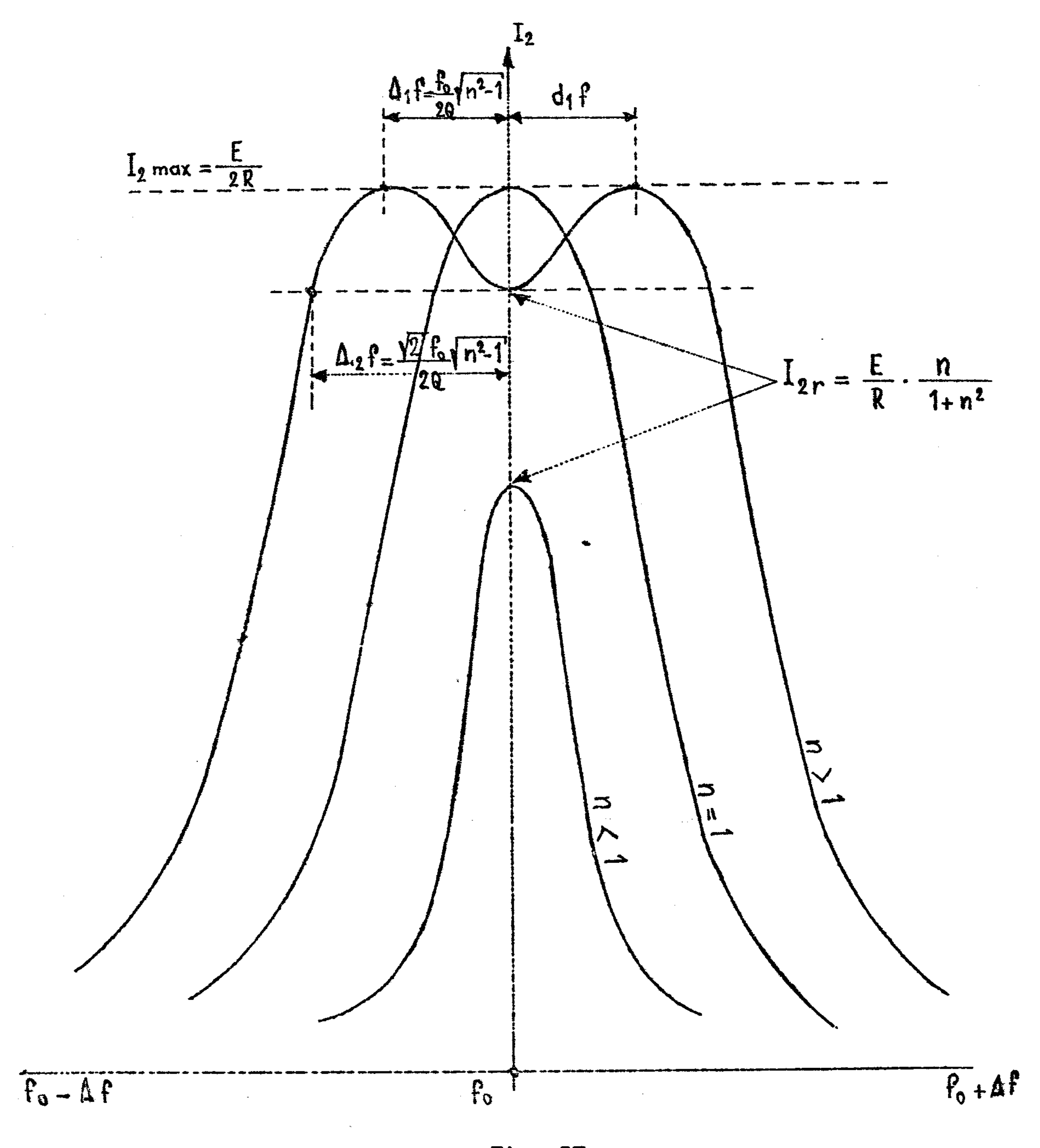


Fig. 57

3,35 Rendement des circuits couplés

La transmission d'énergie dans les circuits couplés se fait avec un certain rendement . La valeur de celui-ci à relativement peu d'importance dans les circuits à basse puissance utilisés à la réception ; à l'émission par contre il y a lieu de fonctionner au meilleur rendement .

Le rendement se définit par :

$$\eta = \frac{\text{Puissance dissipée au secondaire}}{\text{Puissance totale dissipée}}$$

soit
$$\eta = \frac{R_2 I_2^2}{R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} \left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2}$$

Reprenons l'équation générale :

$$(R_2 + j X_2)\, I_2 + j M \omega I_1 = 0$$

à la résonance $R_2 I_2 + j M\omega I_1 = 0$

donc :
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{M\omega}$$

Le rendement devient :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R_1 R_2}{M^2 \omega_0^2}}$$

Et le rendement devient en définitive : $\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{n^2}}$

Le rendement croit donc avec l'indice de couplage .

Dans les circuits d'émission on utilise de préférence un couplage élevé pour bénéficier d'un rendement aussi près que possible de l'unité .

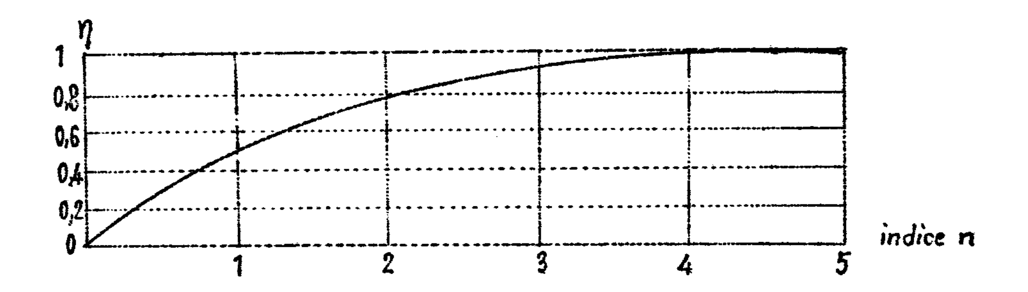


Fig. 58

Le rendement élevé obtenu aux forts couplages peut s'expliquer par la forte réaction du secondaire sur le primaire Le circuit primaire est en effet soumis à la f.é.m. de la source et à la f.c.e.m due à la réaction du secondaire . A mesure que le couplage augmente, la réaction augmente et le courant primaire diminue alors que le courant secondaire croit puis se stabilise au maximum .

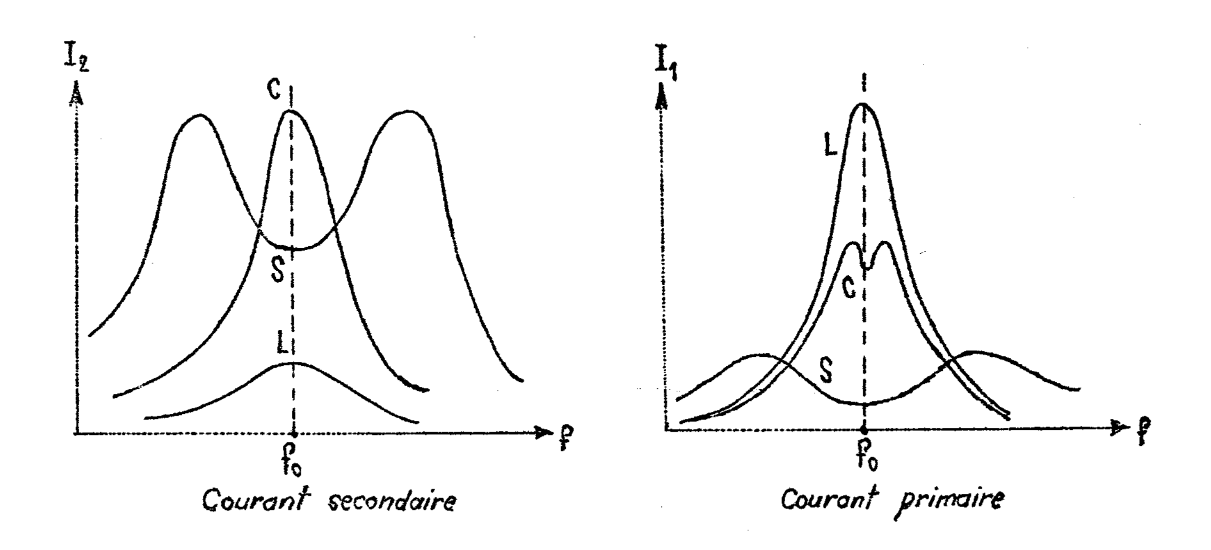


Fig. 59

3,36 Circuits couplés avec primaire alimenté en parallèle

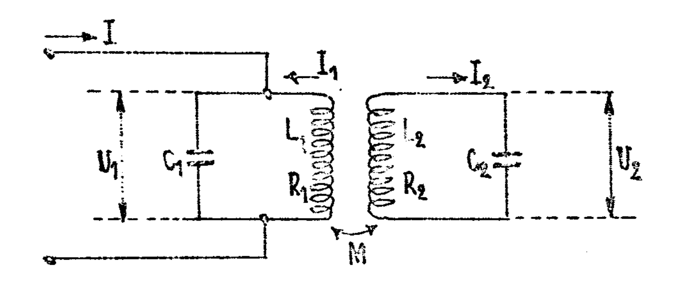


Fig. 60

Considérons le circuit de la figure 60. Nous supposerons que le courant est de la forme $i = I \sin \omega_0 t$, d'amplitude constante quelle que soit l'impédance Z du circuit .

Supposons que les deux circuits soient accordés sur la pulsation ω_0 de la source . Les réactances du primaire sont nulles :

$$L_1 \omega_0 = \frac{1}{C_1 \omega_0}$$

$$\text{et} \quad L_2 \omega_0 = \frac{1}{C_2 \omega_0}$$

Or, nous avons vu au paragraphe 3,32 que la présence du secondaire couplé au primaire, a pour effet d'augmenter la résistance du primaire d'une quantité égale à $\frac{M^2 \omega_0^2}{R_2}$. De ce fait la résistance du primaire devient

$$R'_1 = R_1 + \frac{M^2 \omega_0^2}{R_2}$$

$$= R_1 \left(1 + \frac{M^2 \omega_0^2}{R_1 R_2}\right) = R_1 (1 + n^2)$$

Par suite le coefficient de surintensité du primaire devient :

$$Q'_1 = \frac{L_1 \omega_0}{R'_1} = \frac{L_1 \omega_0}{R_1 (1+n^2)} = \frac{Q_1}{1+n^2}$$

Or nous avons vu au paragraphe 2,43 que :

$$\frac{I_1}{I} = Q'_1$$

Nous en tirons :

$$I_1 = \frac{Q_1 I}{1+n^2}$$

La tension U_1 aux bornes du primaire sera :

$$U_1 = L_1 \omega_0 I_1 = L_1 \omega_0 Q_1 I \frac{1}{1+n^2}$$

Les deux circuits étant accordés sur la pulsation ω_0 l'équation du secondaire s'écrit :

$$R_2 I_2 + j M\omega_0 I_1 = 0$$

d'où l'on tire :

$$I_2 = \frac{-j M\omega_0 I_1}{R_2} = \frac{-j M\omega_0 Q_1 I}{R_2 (1+n^2)}$$

La tension secondaire U_2 aura pour valeur

$$U_2 = L_2 \omega I_2 = M\omega_0 Q_1 Q_2 I \frac{1}{1+n^2}$$

Dans le cas très fréquent ou $R_1 = R_2$ et $L_1 = L_2$ c'est-à-dire $Q_1 = Q_2$. La tension secondaire peut s'écrire :

$$U_2 = M\omega_0 \frac{L\omega_0}{R} . Q I \frac{1}{1+n^2} = L\omega_0 Q I \frac{n}{1+n^2}$$

Dans le même cas la tension primaire s'écrit :

$$U_1 = L\omega_0 Q I \frac{1}{1+n^2}$$

Donc le rapport $\boxed{\frac{U_2}{U_1} = n}$

3,4 Circuits accordés à couplage capacitif -

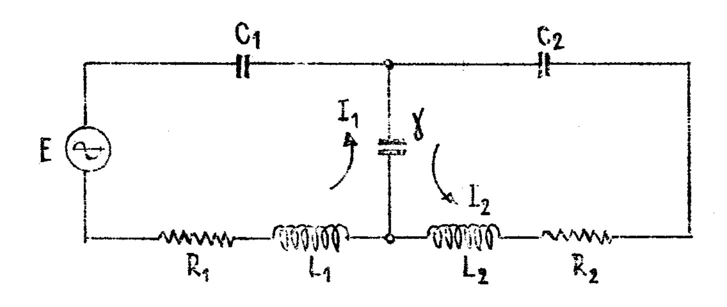


fig. 61

Etudions le cas d'un couplage en courant par capacité (fig. 61). Le circuit primaire L_1, R_1, C_1, γ, alimenté par une f.é.m sinusoïdale de pulsation ω est couplé au circuit secondaire L_2 R_2 C_2 γ par la capacité commune γ. Celle-ci est traversée par la somme des courants $I_1 + I_2$ suivant les sens indiqués par la figure.

Appliquons la loi de Kirchoff aux deux circuits :

$$\begin{cases} R_1 I_1 + j L_1 \omega I_1 - \dfrac{j I_1}{C_1 \omega} - j \dfrac{I_1 - I_2}{\gamma \omega} = E \\ R_2 I_2 + j L_2 \omega I_2 - \dfrac{j I_2}{C_2 \omega} - j \dfrac{I_2 - I_1}{\gamma \omega} = 0 \end{cases}$$

Ces équations peuvent s'écrire sous la forme

$$\begin{cases} \left[R_1 + j \left(L_1 \omega - \dfrac{1}{C_1 \omega} - \dfrac{1}{\gamma \omega}\right)\right] I_1 + j \dfrac{I_2}{\gamma \omega} = E \\ \left[R_2 + j \left(L_2 \omega - \dfrac{1}{C_2 \omega} - \dfrac{1}{\gamma \omega}\right)\right] I_2 + j \dfrac{I_1}{\gamma \omega} = 0 \end{cases}$$

On remarque immédiatement l'analogie avec les équations des circuits à couplage magnétique puisque en posant

$$L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega} - \frac{1}{\gamma \omega} = X_1 \quad ; \quad L_2 \omega - \frac{1}{C_2 \omega} - \frac{1}{\gamma \omega} = X_2$$

et en remplaçant $\frac{1}{\gamma}$ par M on retrouve les mêmes équations.

Les différents coefficients définis pour le couplage magnétique deviennent :

Indice de couplage.

nous avions : $n = \frac{M \Omega_0}{\sqrt{R_1 R_2}}$

en couplage par capacité : $n = \frac{1}{\gamma \omega_0 \sqrt{R_1 R_2}}$

Coefficient de couplage.

En couplage magnétique il est défini par :

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

En couplage capacitif M est remplacé par $\frac{1}{\gamma \Omega_0^2}$

d'une part : $L_1 = \frac{1}{C'_1 \omega_0^2}$

et $L_2 = \frac{1}{C'_2 \omega_0^2}$

C'_1 et C'_2 étant les capacités équivalentes primaires et secondaires :

$$C'_1 = \frac{C_1 \gamma}{C_1 + \gamma}$$

$$C'_2 = \frac{C_2 \gamma}{C_2 + \gamma}$$

Le coefficient de couplage peut s'écrire :

$$K = \frac{\frac{1}{\gamma \omega_0^2}}{\sqrt{\frac{1}{C'_1 \omega_0^2} \quad \frac{1}{C_2 \omega_0^2}}}$$

soit : $$\boxed{K = \frac{\sqrt{C'_1 \; C'_2}}{\gamma}}$$ $\left(K = \frac{C'}{\gamma} \quad \text{si} \quad C'_1 = C'_2\right)$

On voit ainsi que le couplage est d'autant plus faible que la capacité est élevée .

Avec $\gamma = \infty$ le couplage est nul .

Remarques . Avec le couplage en tension représenté par la figure62 le coefficient de couplage est :

$$K = \frac{\gamma}{\sqrt{C_1 C_2}}$$

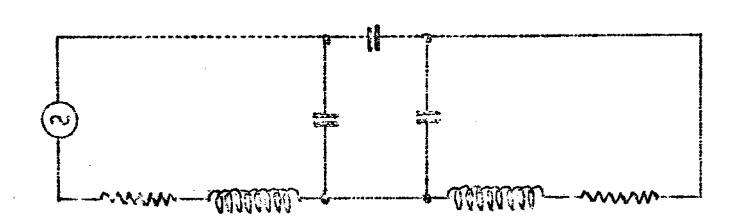


Fig. 62

C_1 et C_2 étant les capacités résultantes accordant les deux circuits . Le couplage dépend ainsi directement de la capacité de couplage alors qu'il était en relation inverse dans le cas de couplage en intensité .

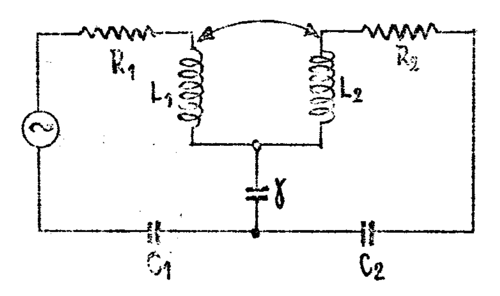


Fig. 63

Le coefficient de couplage dans le cas d'un couplage mixte, magnétique et capacitif à la base est :

$$K = \frac{K_m - k_c}{1 + K_m K_c}$$

avec $$k_m = \frac{M}{\sqrt{L_1 \, L_2}}$$

et $$k_c = \frac{\sqrt{C'_1 \, C'_2}}{\gamma}$$

Lorsque km = kc le coefficient de couplage s'annule il y a donc un "trou" .

3,5 CIRCUITS COUPLES A SECONDAIRE ACCORDE

Soit le schéma donné par la figure 64. Le secondaire est seul accordé . La résistance primaire ρ est supposée élevée devant la réactance primaire $L_1 \Omega$. C'est un cas de liaison entre deux lampes amplificatrices, le primaire étant branché dans le circuit plaque d'une pentode de grande résistance interne .

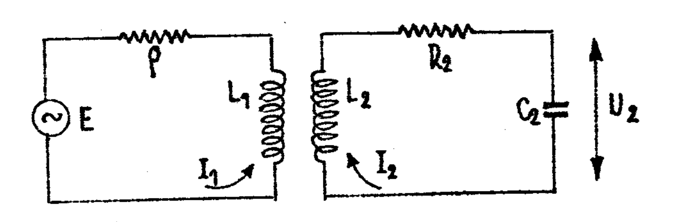


Fig. 64

3,51 Intensité secondaire

En appliquant la Loi de Kirchoff au primaire et au secondaire, on obtient :

$$\begin{cases} (\rho + j L_1 \omega) \; I_1 + j \, M \omega \, I_2 = E \\ (R_2 + j \, X_2 \,) \; I_2 + j \; M \omega_1 \, I_1 = 0 \end{cases}$$

Dans le cas présent on peut négliger $L_1 \omega$ devant ρ si de plus on place le circuit secondaire à la résonance, le système devient :

$$\begin{cases} \rho \, I_1 + j \, M \, \omega_0 \, I_2 = E \\ R_2 \, I_2 + j \, M \omega_0 \; I_1 = 0 \end{cases}$$

Calculons l'expression du courant secondaire. Pour cela on tire :

$$I_1 = -\frac{R_2 I_2}{j M \omega_0}$$

en portant I_1, dans la première équation, il vient :

$$\frac{-\rho R_2}{j M\omega_0} I_2 + j M\omega_0 I_2 = E$$

$$-\rho R_2 I_2 - M^2 \omega_0^2 I_2 = j M\omega_0 E$$

d'où :

$$I_2 = -j \frac{M\omega_0 E}{\rho R_2 + M^2\omega_0^2} = -j \frac{E}{\frac{\rho R_2}{M\omega_0} + M\omega_0}$$

Le courant secondaire passe par un maximum lorsque le dénominateur est minimum. Or on sait que la somme de deux termes dont le produit est constant passe par un minimum lorsqu'ils sont égaux. C'est-à-dire que I_2 est maximum lorsque :

$$M^2 \omega_0^2 = \rho R_2$$

soit :

$$M \omega_0 = \sqrt{\rho R_2}$$

au couplage critique la valeur du courant secondaire est :

$$I_{2\,max} = \frac{E}{2\sqrt{\rho R_2}}$$

cependant ρ étant élevé, le couplage critique peut ne pas être atteint.

3,52 Tension secondaire

La tension secondaire est au couplage critique

$$U_2 = L_2 \omega_0 I_{2\,max}$$

soit:

$$U_2 = \frac{L_2 \omega_0 E}{2\sqrt{\rho R_2}}$$

3,53 Sélectivité

Etudions maintenant l'influence du primaire sur la sélectivité secondaire. Reprenons l'équation du courant I_2.

$$I_2 = -j \frac{M\omega_0 E}{\rho R_2 + M^2\omega_0^2}$$

Nous pouvons écrire.

$$I_2 = -j \frac{E}{\rho} \frac{M\omega_0}{R_2 + \frac{M^2\omega_0^2}{\rho}}$$

Or $$-j\,\frac{E}{\rho}\,M\omega_0 = -j\,I_1\,M\omega_0$$

est la f.é.m induite dans le secondaire . On voit donc que la résistance secondaire est augmentée de l'image $\frac{M^2\omega_0^2}{\rho}$ de la résistance primaire .

Dans le couplage optimum $M^2\omega_0^2 = \rho\,R_2$ d'où $\frac{M^2\omega_0^2}{\rho} = R_2$

la résistance secondaire est doublée, la surtension est moitié .

Cependant si ρ est grand, le coefficient d'induction mutuelle $M = \frac{\sqrt{\rho\,R_2}}{\omega_0}$ est une valeur très grande qu'il n'est pas toujours possible d'obtenir en pratique

CHAPITRE IV

CIRCUITS R C - R L

4,1 CIRCUIT "RESISTANCE -CAPACITE

4,11 Charge et décharge d'un condensateur

Etudions tout d'abord la charge d'une capacité à travers une résistance sous l'effet d'une tension continue puis sa décharge à travers la même résistance . Soit le circuit donné par la figure 65 .

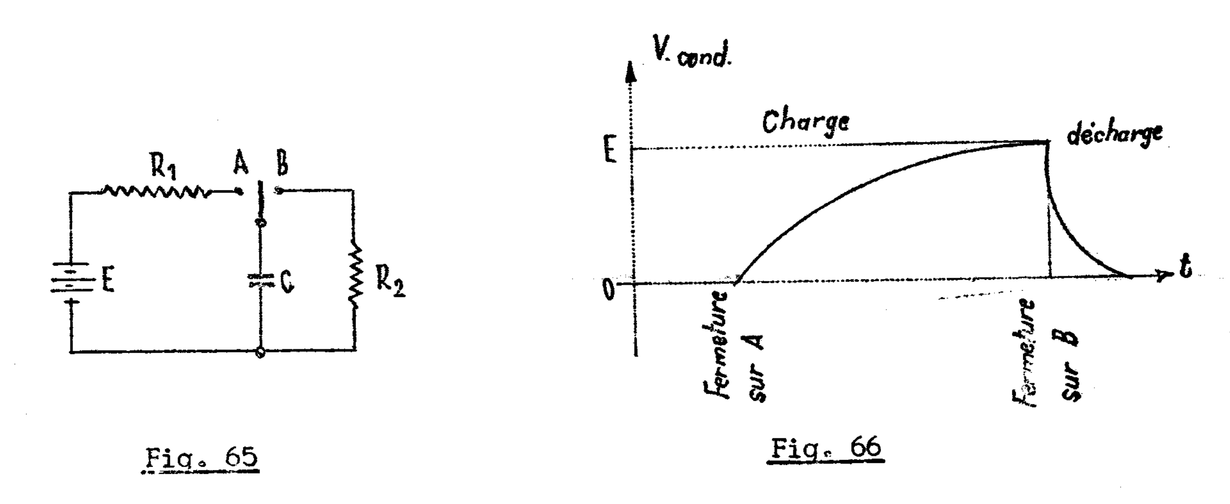


Fig. 65

Fig. 66

Si on ferme l'interrupteur sur A , la capacité se charge à travers R_1 .

La résistance a pour effet de ralentir la charge car la chute de tension qu'elle crée s'oppose à la f.é.m. de la source. Il est évident que la charge est d'autant plus lente que la résistance est élevée . Si on bascule ensuite l'interrupteur sur B la capacité se décharge complètement dans R_2 en un temps qui est fonction de la valeur de la résistance .

La figure 66 donne la courbe de charge et décharge dans le cas où $R_1 > R_2$.

Etudions plus en détail le problème de la charge .
On peut écrire à un instant donné :

$$Ri + v = E$$

V étant la tension aux bornes de la capacité C à l'instant t

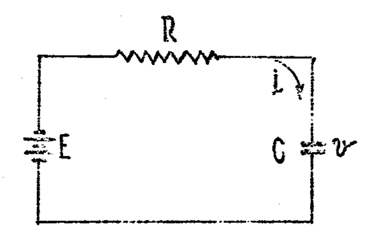


Fig. 90

mais $dq = c\,dv$ et $i = \frac{dq}{dt} = c\,\frac{dv}{dt}$

L'équation initiale devient : $RC\,\frac{dv}{dt} + V = E$

C'est une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants avec second membre :

Séparons les variables :

$$\frac{dV}{E-V} = \frac{1}{RC}\,dt$$

Intégrons :

$$\int_0^V \frac{dV}{E-V} = \int_0^t \frac{1}{RC}\,dt$$ en posant $E - V = X$

c'est-à-dire $dV = -\,dX$

Nous obtenons

$$\int_0^V \frac{dV}{E-V} = \int_0^V -\frac{dX}{X} = -\left[\log X\right]_0^V = -\left[\log(E-V)\right]_0^V = -\left[\log(E-V) - \log E\right]$$

$$= -\log\frac{E-V}{E}$$

Donc :

$$\log \frac{E-V}{E} = \frac{-t}{RC} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \frac{E-V}{E} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

Finalement
$$\boxed{V = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

La tension s'établit ainsi suivant une loi exponentielle

Par analogie avec l'amortissement des oscillations libres, on a appelé constante de temps du circuit $\theta = RC$

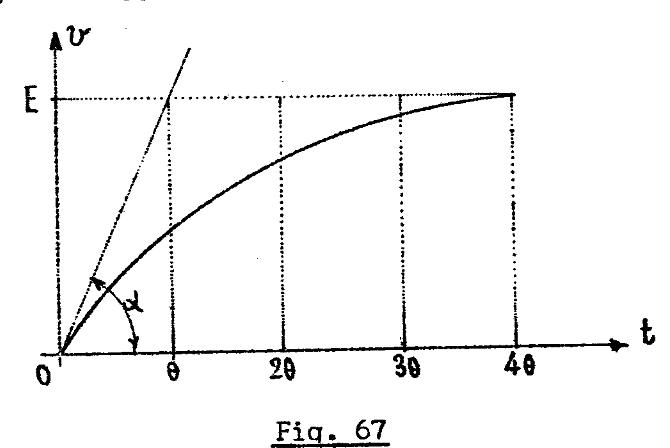


Fig. 67

Remarque :- Le condensateur est presque entièrement chargé au bout de 4θ

- La vitesse de variation de tension aux bornes du condensateur est à l'origine des temps $\frac{dV_0}{dt} = \frac{E}{RC} = tg\,\alpha$

La constante de temps est ainsi le temps au bout duquel le condensateur serait entièrement chargé si la vitesse de variation de tension était maintenue à sa valeur initiale.

La capacité étant chargée à la tension V_0 produisons la décharge dans une résistance .

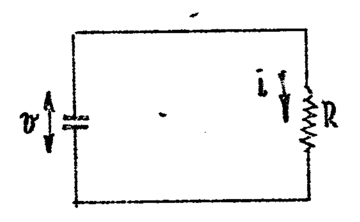


Fig.68

A un instant donné on a : $Ri = v$

mais $i = -C \frac{dv}{dt}$

Le signe moins marquant la décroissance de tension donc

$$-RC \frac{dv}{dt} = v$$

C'est une équation différentielle du premier ordre , on trouve de la même manière que dans le cas précédent :

$$\boxed{v = V_0 \, e^{-t/RC}}$$

La décharge se produit également suivant une loi exponentielle avec une constante de temps $\theta = RC$

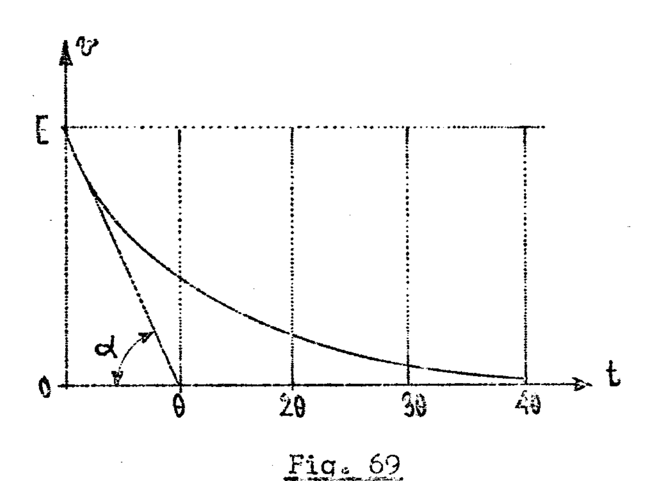


Fig. 69

Les remarques précédentes sont valables pour la décharge.

4,12 Circuit RC en régime permanent sinusoïdal

On rencontre fréquemment des circuits RC suivant la figure 70 . La capacité joue un rôle d'élement de liaison . On utilise la tension V_2 qui apparait aux bornes de la résistance .

Construisons le diagramme de Fresnel en prenant le courant comme origine des phases (fig. 71) .

On a : $V_2 < V_1$

avec un déphasage φ

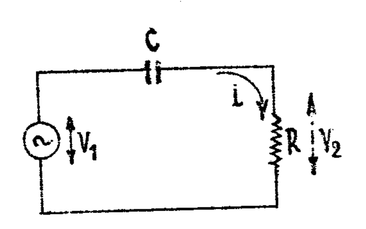


Fig. 70

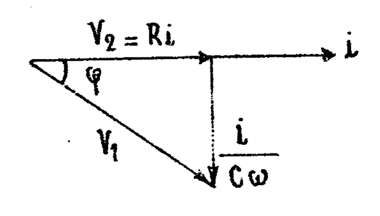


Fig. 71

On peut calculer un coefficient d'affaiblissement :

$$\alpha = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{R^2C^2\omega^2+1}{RC\omega}}$$

Le déphasage peut être évalué par la tangente :

$$\boxed{tg\,\varphi = \frac{1}{RC\omega}}$$

Ainsi :

- l'affaiblissement et le déphasage varient avec la fréquence
- pour α et φ donnés il faut que la constante de temps soit fonction inverse de la fréquence .
- Si $RC\omega$ est élevé $\alpha = 1$ et $\varphi = 0$

La transmission n'est pas effectée de distorsion d'amplitude ni de phase .

Remarque : L'application brusque d'une tension sinusoïdale au circuit RC fait apparaitre un terme transitoire exponentiel qui décàle la tension Vr vers la zone négative . Cette déformation est très importante lorsque la constante de temps est faible mais dure relativement peu . Par contre une forte constante de temps donne une légère déformation étalée sur un temps plus long . C'est la solution la plus favorable .

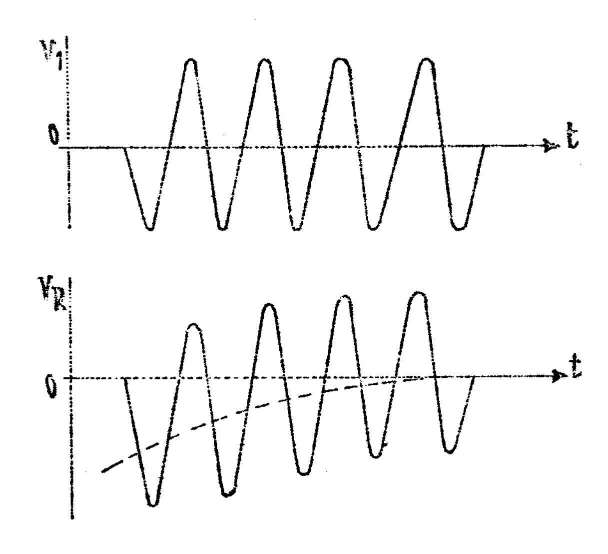


Fig. 72

4,13 Circuit RC en onde rectangulaire

En onde rectangulaire, le condensateur subit une succession de charge puis de décharge suivies de charge en sens inverse .

La tension appliquée est la somme des tensions Vc et Vr aux bornes de la capacité et de la résistance . La figure 73 montre l'influence de la constante de temps .

Dans le cas d'un circuit à faible constante de temps devant la période du phénomène périodique ($2\Delta t$), la tension Vc suit de près l'onde rectangulaire , la tension Vr varie en impulsions très brèves .

Dans le cas d'un circuit à forte constante de temps devant la période, la tension Vr se rapproche de l'onde rectangulaire et la tension Vs prend une allure de ligne brisée de faible amplitude .

Lorsque RC tend vers l'infini, Vs tend vers zéro, et Vr vers la forme de l'onde appliquée . On voit donc, comme en régime permanent et au point de vue fidélité, l'intérêt d'une forte constante de temps lorsque l'on utilise la tension aux bornes de la résistance . Il faut remarquer par contre que l'établissement de régimes stables tels que ceux représentés sur la fig. 73 est d'autant plus lent que la constante de temps est élevée .

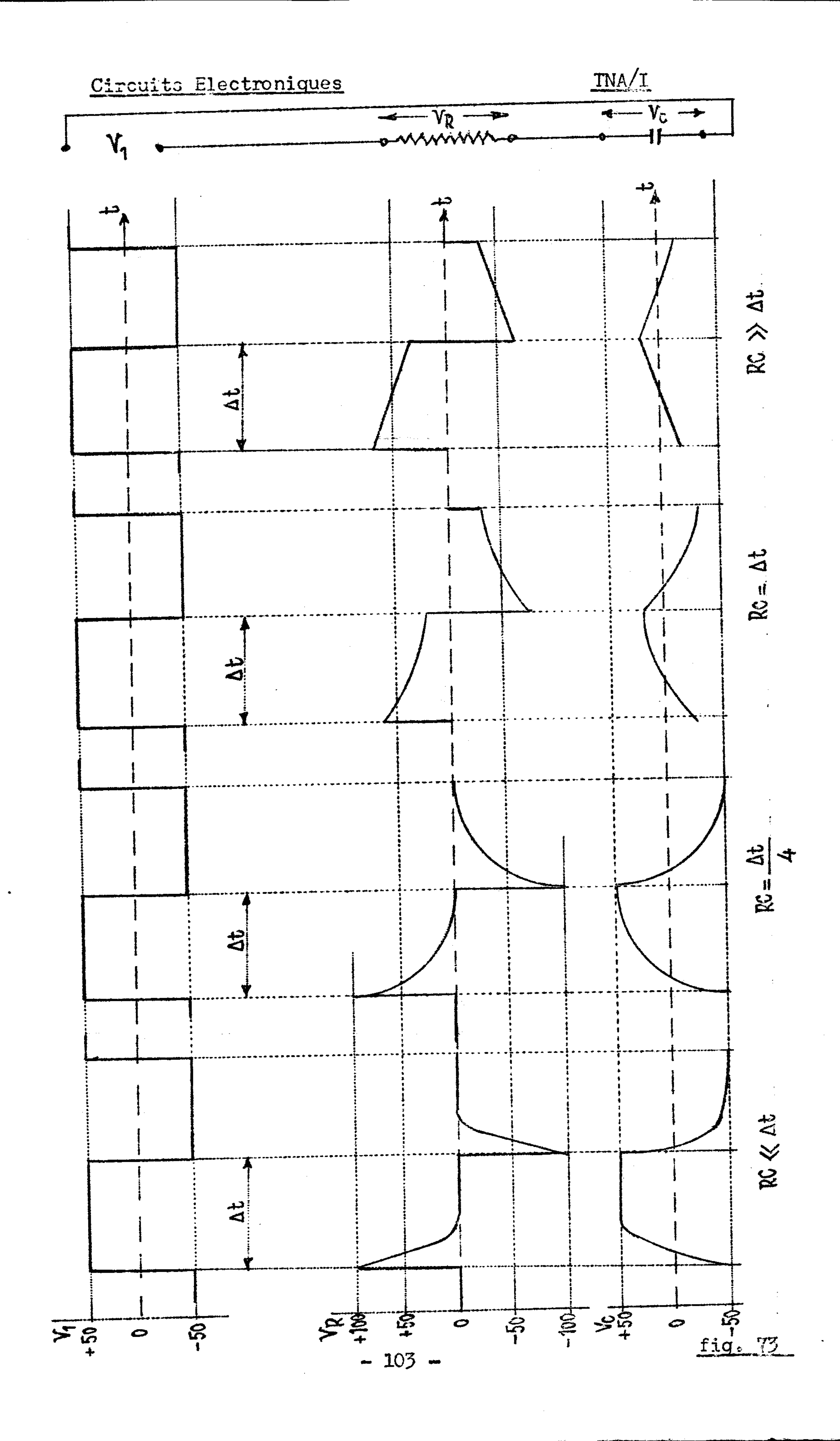

V1
VR
VC
t
Δt
RC ≫ Δt
RC = Δt
RC = Δt/4
RC ≪ Δt
V1 +50 0 -50
VR +100 +50 0 -50 -100
VC +50 0 -50

fig. 73

4,14 CIRCUIT RC DIFFERENTIATEUR

Le circuit RC sous une f.é.m. E est traversé par un courant i .

On peut écrire :

$$V_1 = R i$$

D'autre part :

$$d V_2 = \frac{1}{C} dq = \frac{i}{C} dt$$

donc : $$V_2 = \frac{1}{C} \int i \, dt$$

ce qui donne : $$E = Ri + \frac{1}{C} \int i \, dt$$

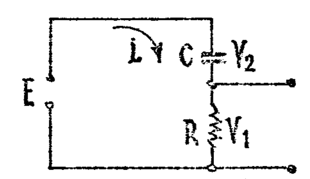


Fig. 74

Considérons le cas où

$$Ri \ll \frac{1}{C} \int i \, dt$$

C'est-à-dire en sinusoïdal

$$RI_0 \cos \omega t \ll \frac{1}{C} \int I_0 \cos \omega t \, dt$$

$$RI_0 \cos \omega t \ll \frac{I_0}{C\omega} \sin \omega t$$

Soit en valeur maximum sans tenir compte du déphasage

$$\boxed{R \ll \frac{1}{C\omega}}$$

On a alors :

$$E \neq \frac{1}{C} \int i dt$$

En différentiant $\frac{dE}{dt} = \frac{i}{C}$

La tension aux bornes de la résistance devient :

$$V_1 = Ri = RC \frac{dE}{dt}$$

V est proportionnelle à la dérivée de la f.é.m. appliquée.

Ainsi le circuit différentiateur avantage les variations rapides .
En sinusoïdal avec $e = E \cos \omega t$

$$V_1 = RC \omega E \sin \omega t$$

Et avec une constante de temps donnée V_1 est proportionnelle à la fréquence, mais la différentiation n'est réalisée que si :

$$RC \ll \frac{1}{2\pi f}$$

et l'amplitude de la tension V_1 reste faible .



fig. 75

A titre d'exemple un circuit différentiateur permet de transformer une onde triangulaire en onde rectangulaire la dérivée d'une fonction linéaire étant une constante .

4,15 Circuit RC intégrateur

Dans le cas de la figure 76 on a encore : $E = Ri + \frac{1}{C}\int i dt$

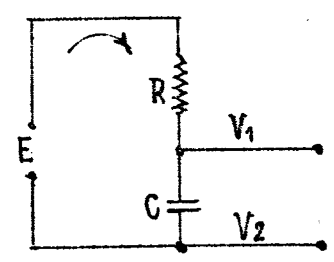


fig. 76

Mais supposons cette fois que :

$$Ri \gg \frac{1}{C}\int i\,dt$$

C'est-à-dire en sinusoïdal

$$\boxed{R \gg \frac{1}{C\omega}}$$

On a $E \# Ri$

donc $i = \frac{E}{R}$

La tension aux bornes de la capacité est .

$$V_2 = \frac{1}{C}\int \frac{E}{R}\,dt = \frac{1}{RC}\int E\,dt$$

Ainsi V_2 est proportionnelle à l'intégrale de la f.é.m. appliquée .

Le circuit intégrateur avantage les variations lentes, ainsi en sinusoïdal avec $e = E\cos\omega t$

on a :

$$V_2 = \frac{E}{RC\omega}\sin\omega t$$

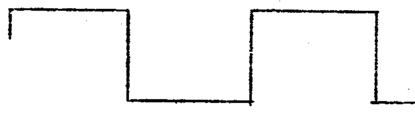
avec une constante donnée , V_2 est inversement proportionnelle à la fréquence .

Mais l'intégration n'est réalisée que si :

$$RC \gg \frac{1}{2\pi f}$$

et la constante de temps élevée donne une tension V_2 relativement faible .

tension d'entrée



tension de sortie

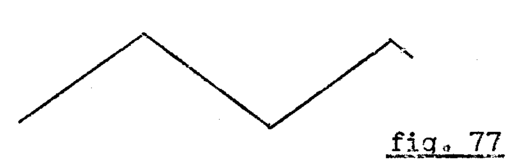


fig. 77

Ainsi un circuit intégrateur permet de transformer une onde rectangulaire en onde triangulaire car l'intégrale d'une constante est une fonction linéaire .

4,16 Circuit RC déphaseur

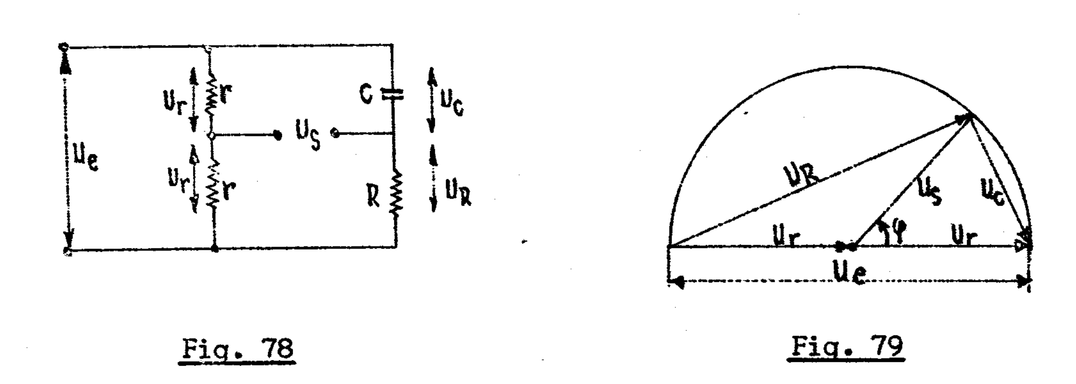


Fig. 78 Fig. 79

La tension prélevée entre un pont RC et un pont de résistances égales (ou un point milieu de transformateur) est affectée d'un déphasage avant variable suivant la constante de temps et la fréquence .

L'angle de déphasage peut être déterminé par la construction graphique (fig. 79) .

La tension d'entrée supposée constante est d'une part la somme des tensions U_r aux bornes des résistances r (ou des deux secondaires du transformateur) et d'autre part de la somme des tensions U_C et U_r en quadrature . Le point commun d des vecteurs U_C et U_r se déplace sur un cercle de diamètre égal à U_e . Le point milieu de résistance est le centre du cercle.

La tension U_S est un rayon se déplaçant suivant les valeurs R et $\frac{1}{C\omega}$

On voit que : $U_S = \frac{U_e}{2}$

On démontre que le déphasage est tel que :

$$\sin \varphi = \frac{2RC\omega}{R^2C^2\omega^2+1}$$

$$\cos \varphi = \frac{R^2C^2\omega^2-1}{R^2C^2\omega^2+1}$$

4,17 Circuits résonants à Résistance - Capacité

Des résonances peuvent être obtenues avec des circuits RC. Le circuit le plus simple est le circuit " RC série -RC parallèle". (fig. 80) .

Soit Z_1 , l'impédance du circuit R_1C_1 , série et Z_2 l'impédance du circuit $R_2 C_2$ parallèle . On a :

$$Z_1 = R_1 - \frac{j}{C_1\omega}$$

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2} + jC_2\omega$$

Le courant dans le circuit est :

$$I = \frac{U_e}{Z_1 + Z_2}$$

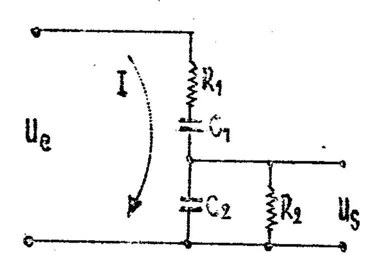


fig. 80

La tension aux bornes du circuit $R_2 C_2$ est :

$$U_S = Z_2 I = \frac{Z_2 U_e}{Z_1 + Z_2} = U_e \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} = U_e A$$

Déterminons le coefficient d'affaiblissement A

$$A = \frac{1}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} = \frac{1}{1 + \left(R_1 - \frac{j}{C_1 \omega}\right)\left(\frac{1}{R_2} + j C_2 \omega\right)}$$

$$A = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + j\left(R_1 C_2 \omega - \frac{1}{R_2 C_1 \omega}\right)}$$

Ainsi le coefficient A passe par un ~~minimum~~ maximum lorsque :

$$R_1 C_2 \omega_0 = \frac{1}{R_2 C_1 \omega_0}$$

c'est-à-dire pour une pulsation de résonance

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

La tension de sortie étant :

$$U_S = \frac{U_e}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}}$$

Avec un déphasage nul

Dans le cas particulier où $R_1 = R_2 = R$
$C_1 = C_2 = C$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$\text{et} \quad U_S = \frac{U_e}{3}$$

Calculons maintenant le déphasage hors de la fréquence de résonance .

La tension de sortie est :

$$U_s = U_e \frac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}+j\left(R_1C_2\omega-\frac{1}{R_2C_1\omega}\right)}$$

En multipliant N et D par la quantité conjuguée il vient :

$$U_s = U_e \frac{\left(1+\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}\right)-j\left(R_1C_2\omega-\frac{1}{R_2C_1\omega}\right)}{\left(1+\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}\right)^2+\left(R_1C_2\omega-\frac{1}{R_2C_1\omega}\right)^2}$$

Le déphasage est alors :

$$tg\,\varphi = \frac{R_1C_2\omega-\frac{1}{R_2C_1\omega}}{1+\frac{R_1}{R_2}+\frac{C_2}{C_1}}$$

Ainsi lorsque $\omega = 0$ $tg\,\varphi = -\infty$ et $\varphi = -\frac{\pi}{2}$
lorsque $\omega = \infty$ $tg\,\varphi = +\infty$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$

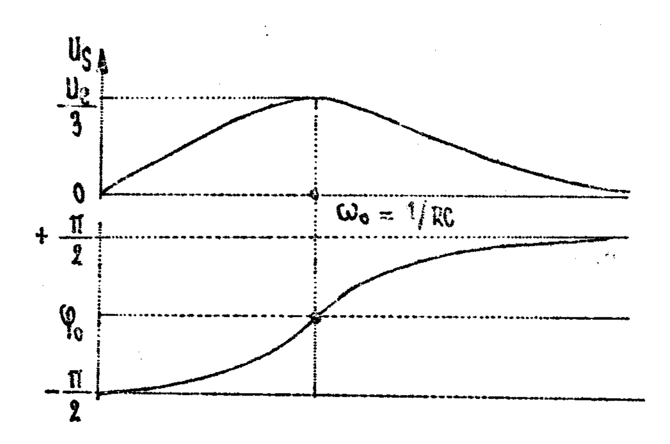


Fig. 81

En résumé la figure 81 donne les variations de U_S et de φ dans le cas d'un circuit formé de résistances et de capacités égales .

4,2 CIRCUIT " INDUCTANCE - RESISTANCE"

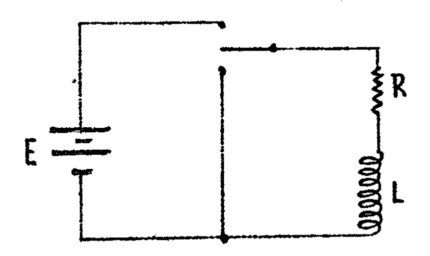


Fig.82

L'établissement et l'évanouissement ducourant dans un circuit RL suivent une loi semblable à la charge et décharge d'une capacité à travers une résistance . Le retard à l'établissement et la coupure sont dûs au phénomène de self induction. Après la fermeture du circuit sur la source on a :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

C'ést une équation différentielle du ler ordre . Un calcul identique à celui fait avec le circuit RC donne la solution de cette équation :

$$\boxed{i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)}$$

c'est une fonction exponentielle croissante . Le circuit présente une constante de temps .

$$\theta = \frac{L}{R}$$

Il faut remarquer que dans ce cas la constante de temps varie en raison inverse de la résistance .

Ce régime permanent étant établi, on court-circuite sans perte de temps le circuit RL , le courant s'évanouit. On a :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

équation dont la solution est :

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{Rt}{L}}$$

Le courant s'affaiblit suivant une exponentielle décroissante avec la même constante de temps .

Remarque : En remplaçant la capacitéde la figure 78 par une inductance, la tension de sortie du circuit déphaseur est déphasée en arrière par rapport à la tension d'entrée .

4,3 EXEMPLES D'APPLICATIONS DU CHAPITRE QUATRE

On applique un signal rectangulaire variant de + 50 volts à - 50 volts avec fréquence de 50 périodes par seconde, à un circuit série formé d'une résistance de 100 KΩ et d'une capacité de 0,1 μF.

Tracer la courbe de tension aux bornes de la résistance et de la capacité à partir de l'origine (tension + 50 volts à l'établissement) .

Solution . La période du signal rectangulaire étant 1/50 sec. la tension appliquée s'inverse tous les 1/100 sec.

D'autre part la constante de temps $\theta = RC = 10^5 \times 10^{-7} = 1/100$ sec.

c'est-à-dire la durée de la demi-période.

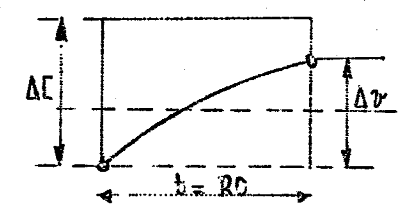


fig. 83

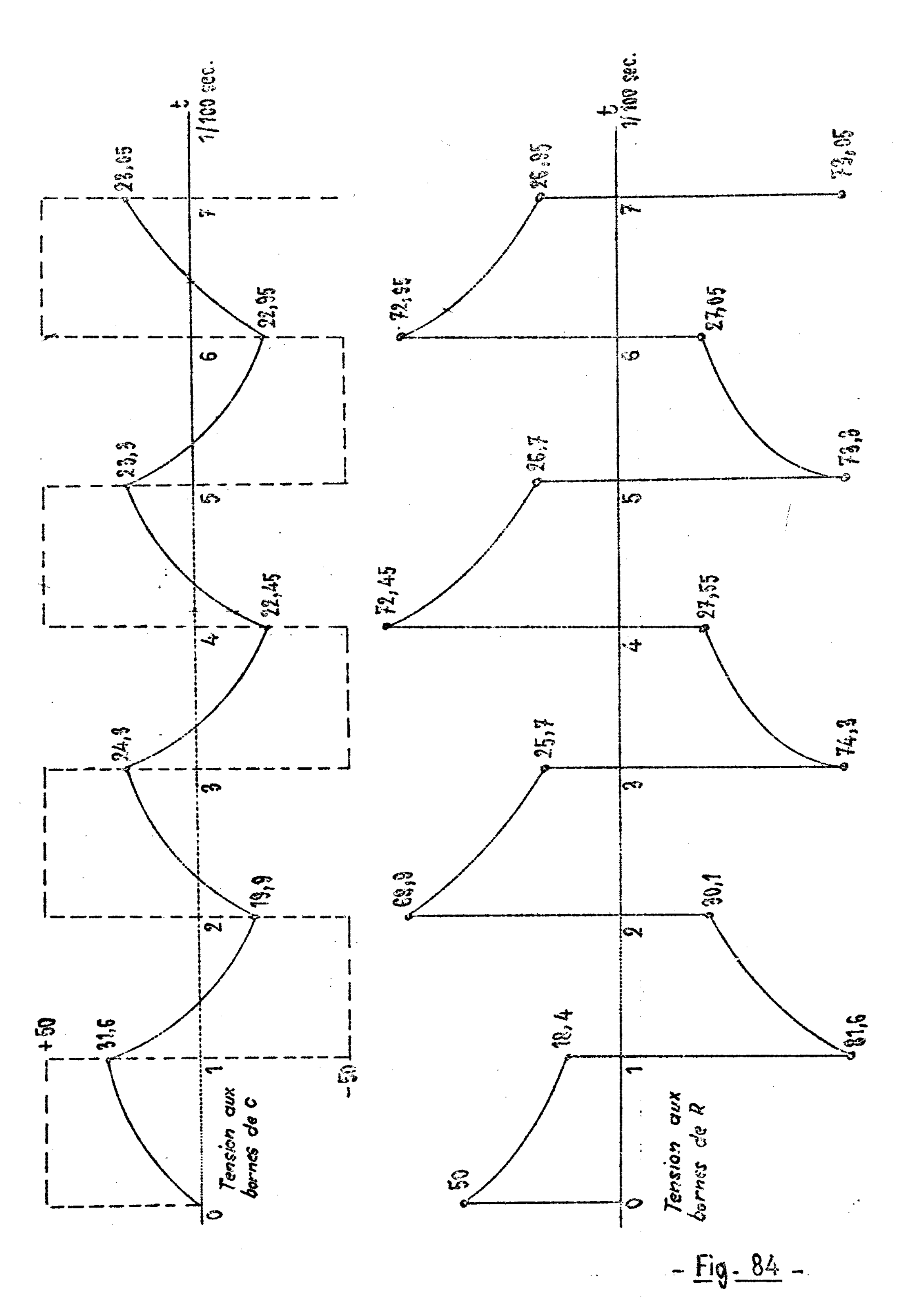
Etudions d'une façon générale la charge d'une capacité soumise à une tension ΔE pendant un temps $T = RC$
la tension aux bornes de la capacité est :

$$\Delta v = \Delta E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \Delta E \left(1 - e^{-1}\right)$$

$$\Delta v = 0,632\ \Delta E$$

On peut établir le tableau suivant :

Temps sec.	ΔE volts	ΔV= 0,632 ΔE volts	V_C volts	V_R volts
1/100	+50	31,6	31,6	50-31,6=18,4 -(50+31,6=-81,6
2/100	-(50+31,6)=-81,6	- 51,5	-51,5+31,6 =-19,9	-(50-19,9)=-30,1 50+19,9 = 69,9
3/100	(50+19,9) =69,9	44,2	44,2-19,9 = 24,3	50-24,3 = 25,7 -(50+24,3)=74,3
4/100	-(50+24,3)=-74,3	- 46,75	-46,75+24,3=-22,45	-(50-22,45)=-27,55 50+22,45 =72,45
5/100	50+22,45 =72,45	45,75	45,75-22,45 = 23,3	50-23,3 = 26,7 -(50+23,3)=-73,3
6/100	-(50+23,3)=-73,3	-46,25	-46,25+23,3=-22,95	-(50-22,95)=-27,05 50+22,95 = 72,95
7/100	50+22,95 = 72,95	46	46 -22,95 = 23,05	50-23,05=26,95 -(50+23,05)=-73,05


t
1/100 sec.
+50
-50
Tension aux bornes de c
0
1
2
3
4
5
6
7
31,6
19,9
24,3
22,45
23,3
22,95
23,05
Tension aux bornes de R
50
18,4
81,6
69,9
30,1
25,7
74,3
72,45
27,55
26,7
73,3
72,95
27,05
26,95
73,05

- Fig. 84 -

CHAPITRE V

PHENOMENES PIEZOELECTRIQUES

CIRCUITS A QUARTZ

Lorsqu'un cristal soumis à une contrainte mécanique fait apparaître des charges électriques sur ses faces, ou inversement se déforme lorsqu'on applique entre deux de ses faces une différence de potentiel électrique, on dit qu'il présente des propriétés piézoélectriques.

Parmi les cristaux présentant l'effet priézoélectrique, il en existe trois qui ont reçu des applications en électricité et en électronique. Ce sont :

- Le quartz (silice pure cristallisée S_iO_2)

- le sel de Seignette obtenu par mélange de 4 parties de tartrate de potassium ($C_4H_5K\,O_6$) et de 3 parties de carbonate de sodium ($C\,O_3Na_2$)

- La tourmaline, cristal naturel de formule complexe (Borosilicate d'alumine, avec oxyde de fer et oxyde de magnésium).

Nous allons étudier présentement les propriétés piézoélectriques du quartz et leurs applications dans les filtres à quartz.

5,1 PROPRIETES PIEZOELECTRIQUES DU QUARTZ.

Le quartz se rencontre dans la nature en cristaux ayant la forme d'une prisme hexagonal terminé par deux pyramides également hexagonales (fig. 85).

Tous les cristaux sont cependant loin de présenter cette régularité, Les cristaux proviennent principalement du Brésil et de Madagascar.

Les propriétés caractéristiques du quartz ont permis de distinguer certains axes particuliers.

On distingue :

Un axe optique reliant les points des pyramides. Sur cet axe, le cristal est birefringent et fait tourner le plan de polarisation d'un faisceau de lumière monochromatique.

Des méthodes optiques permettent de repérer avec précision la position de cet axe dans un cristal de forme quelconque et ainsi de permettre la taille.

- trois axes dits électriques xx' x' situés sur les trois diagonales d'une section droite.

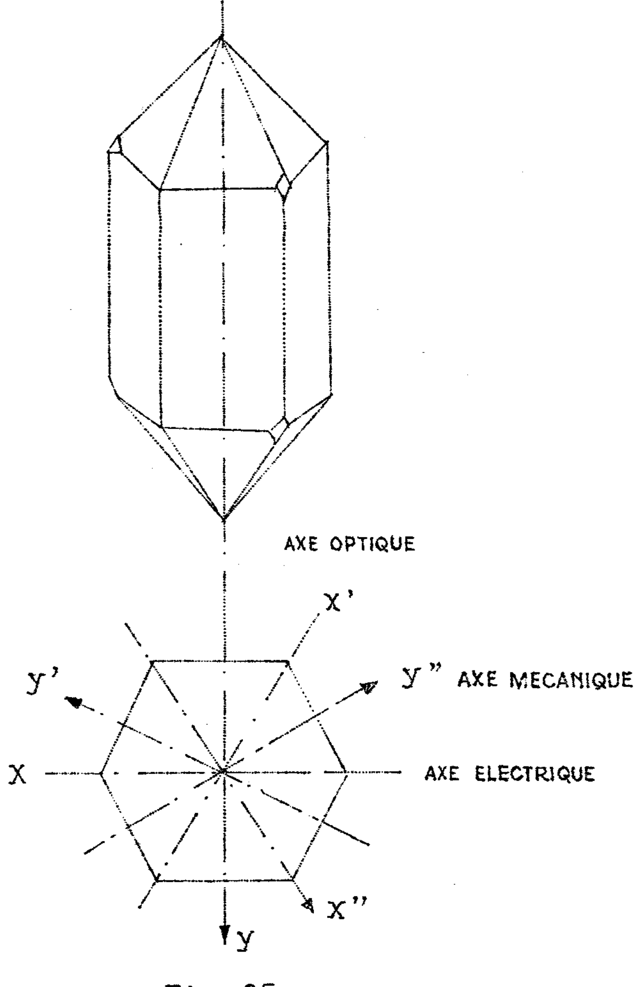


Fig. 85

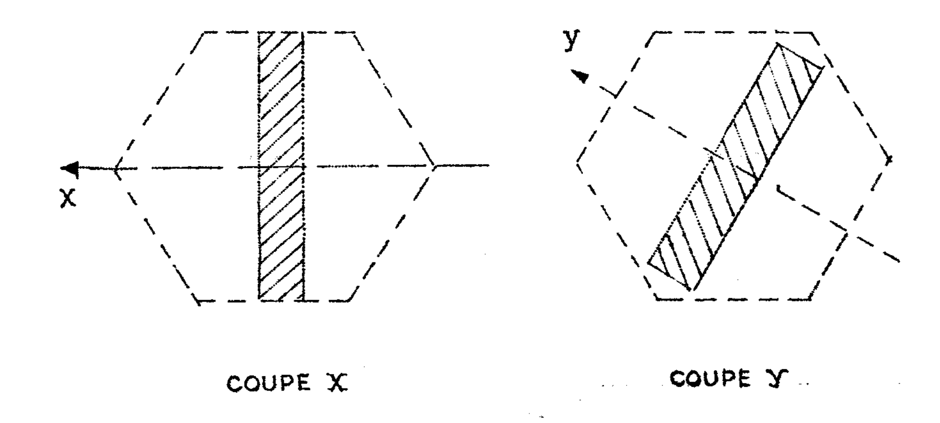


Fig. 86

- trois axes dits mécaniques yy' y" perpendiculaires aux côtés de l'hexagone.

Les axes électriques et mécaniques permettent de définir les axes de coupe.

Les cristaux de quartz sont utilisés sous forme de plaques carrées, rectangulaires ou circulaires ou sous forme de barres parallélipipèdiques ou cylindriques.

On utilise deux modes de taille communs :

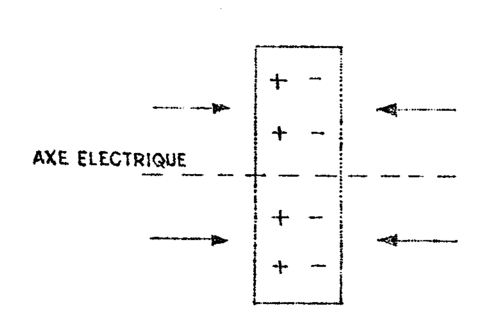
- la coupe x ou taille de Curie qui se fait perpendiculairement à un axe électrique et parallèlement à l'axe optique.

- la coupe Y ou coupe à 30° qui se fait perpendiculairement à un axe mécanique et parallèlement à l'axe optique.

Signalons dès maintenant d'autres modes de coupe à faible coefficient de température, que nous étudierons plus loin.

Les phénomènes piézoélectriques suivent les lois de Curie et de Lipmann.

LOIS DE CURIE.



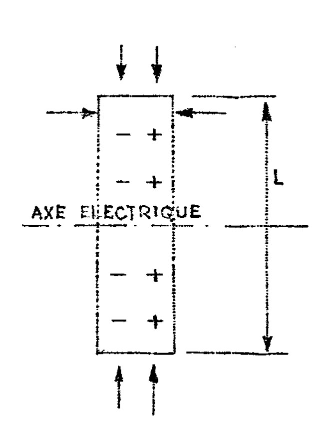


Fig. 87

1°) Toute pression appliquée au cristal soit dans la direction de l'axe électrique, soit dans la direction de l'axe mécanique, fait apparaître des charges électriques égales et de signes opposés sur les faces perpendiculaires à l'axe électrique (Fig. 87).

Lorsque la force est appliquée suivant l'axe électrique la charge est (Fig. a)

$$Q = 2,15\ 10^{-12}\ f$$

f étant la force en newtons et Q la charge en coulombs.

Lorsque la force est appliquée suivant l'axe mécanique, (Fig. b) la charge devient :

$$Q = 2,15 .\ 10^{-12} f\ \frac{L}{e}$$

2°) Le signe des charges s'inverse lorsque la force change de sens.

3°) Une pression dirigée suivant l'axe optique ne produit aucune charge électrique.

LOI DE LIPMANN.

C'est une loi de réciprocité.

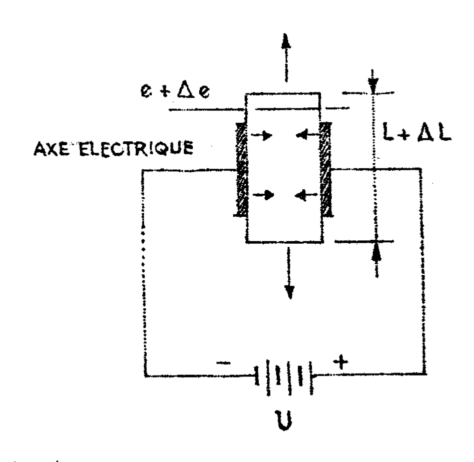


Fig. 88

Si l'on soumet les deux faces perpendiculaires à l'axe électrique à une d d p U à l'aide de deux plaques conductrices fixées sur le quartz il se produit suivant les polarités :

- soit une force de compression sur X et une force d'extension sur Y,
- soit une force d'extension sur X et une force de compression sur Y.

Il en résulte des variations d'épaisseur et de longueur et ΔL proportionnelles à la d.d.p. appliquée mais le volume reste constant.

On a :

$$\Delta e = kU$$

$$\Delta L = -kU\frac{L}{e}$$

Le sens des forces dépend des polarités.

Une d.d.p. appliquée suivant l'axe optique ne produit aucune déformation du cristal.

5,2 RESONANCE DU QUARTZ.

Des lamelles ou barreaux de quartz sont susceptibles d'entrer en résonance mécanique sous l'effet d'une d.d.p. alternative de fréquence

convenable.

La fréquence de résonance d'une lamelle de quartz dépend de son module d'élasticité, du poids spécifique du quartz et de ses dimensions.

En considérant le module d'élasticité et le poids spécifique comme sensiblement constants, il est possible d'établir des formules permettant de calculer la fréquence de résonance d'un quartz en connaissant son épaisseur.

On trouve

$$f_{kcs} = \frac{2715 \pm 50}{e\ (m/m)}$$ pour une lame carrée

et

$$f_{kcs} = \frac{2785 \pm 300}{e\ (m/m)}$$ pour une lame circulaire

pour la coupe dite "en X".

Dans le cas d'une coupe en "Y" la vitesse de propagation dans le sens de l'épaisseur est différente, la fréquence est de l'ordre de

$$f_{kcs} = \frac{1960}{e}$$

Remarques.- 1) Les formules précédentes ne sont valables que si l'épaisseur est faible devant les autres dimensions.

2) Le quartz est anisotrope, son régime vibratoire est extrêmement complexe; si en particulier l'épaisseur n'est pas très faible devant les autres dimensions, il peut se produire un couplage entre les vibrations dans différentes directions, ce qui donne lieu à plusieurs fréquences de résonance.

3) L'épaisseur détermine la fréquence, l'usinage doit donc être fait avec la plus grande précision. Le travail peut être fait soit avec les méthodes utilisées en usinage d'optique avec une précision d'environ 1/300 de micron, soit par une attaque à l'acide fluorhydrique. La deuxième solution qui ne nécessite pas d'ouvriers spécialisés donne un plus grand déchet. Elle a été utilisée à grande échelle pour les besoins militaires.

L'épaisseur des cristaux est variable entre quelques dixièmes de millimètre et quelques millimètres.

Aux fréquences basses de 5 à 30 Khz environ on utilise le quartz sous forme de barreau, de 30 à 200 Khz on adopte généralement la forme baguette et de 200 à 30.000 Khz la forme plaquette, on ne peut dépasser 30 Mkz environ car l'épaisseur deviendrait trop faible et le quartz serait extrêmement fragile.

4) La fréquence propre d'un quartz varie légèrement avec la température. On définit à ce sujet un coefficient de température par la variation relative de fréquence par degré centigrade. C'est-à-dire :

$$\alpha = \frac{1}{F} \frac{\Delta F}{\Delta \theta}$$

Δf étant la variation de fréquence pour une variation de température $\Delta \theta$.

Sur des cristaux taillés suivant les coupes X et Y le coefficient de température est de l'ordre de 1/50.000. Ce coefficient est positif pour la coupe X et négatif pour la coupe Y. Pour certains angles

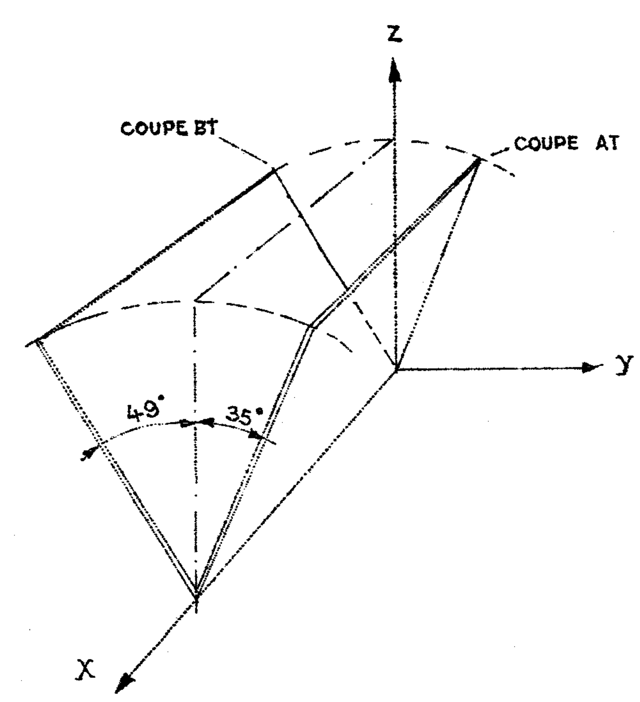


Fig. 89

de taille les deux coefficients se neutralisent et le coefficient résultant est très faible. C'est le cas de la taille AT faite 35° en avant dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à la coupe Y.

La coupe BT faite 49° en arrière donne un résultat identique. La coupe AT est utilisée de 700 à 8000 Khz, la coupe BT pour des fréquences supérieures à 8.000 Khz.

Pour les fréquences plus basses on utilise les coupes CT et DT faites avec des angles + 37°15' et - 51°45'. Dans ces deux cas on utilise la vibration suivant la diagonale du carré.

5,22 Circuit électrique équivalent à un quartz.

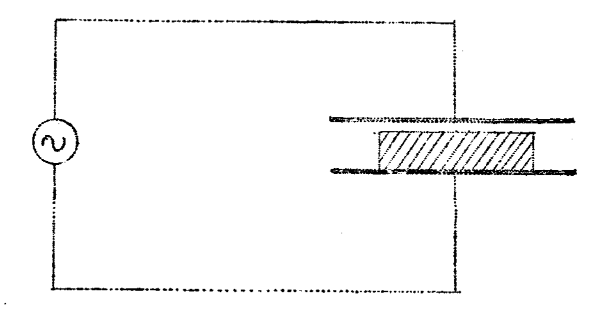


Fig. 90

Plaçons une lame de quartz entre deux plateaux conducteurs avec une certaine liberté permettant au cristal de vibrer librement.

Appliquons aux plateaux une d.d.p. alternative (Fig. 90). Il semble que le système doive se comporter comme une capacité, mais le fonctionnement est plus complexe car si la d.d.p. charge les armatures du condensateur, elle provoque également une déformation du quartz qui à son tour fait apparaître sur ses deux faces des charges électriques proportionnelles à la déformation et de signe contraire à celles qui résultent de l'action de la d.d.p.

Il faut donc que la source fournisse un courant

$$i = i_1 + i_2$$

i_1 est le courant absorbé par la capacité formée par le quartz

$$i_1 = j\,U\,C_1\,\omega$$

i_2 est le courant destiné à compenser les charges d'origine piézoélectrique. Il passe par un maximum lorsque la fréquence d'excitation est égale à la fréquence de résonance du quartz, il est donc possible d'admettre que le courant est dû à un circuit résonnant série LRC équivalent. (Ceci peut être démontré en partant des équations vibratoires du quartz).

On a : $$i_2 = \frac{U}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

On obtient ainsi un circuit résultant formé d'une capacité C, et un circuit résonant LRC en parallèle. Si on considère d'autre part que la couche d'air entre les électrodes et le quartz forme une capacité C_2 en série et que le bord des armatures présente une capacité dérivation C_3 on obtient le schéma équivalent au quartz représenté par la Fig. 91.

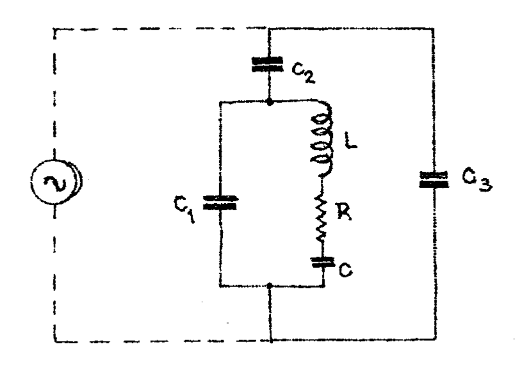


Fig. 91

Les capacités C_2 et C_3 ont un effet généralement très faible et peuvent être négligées. Dans certains quartz les électrodes sont formées par une métallisation du quartz. Dans ce cas on élimine C_2 et C_3 devient négligeable.

L'inductance L est très importante, de l'ordre de 10 à 100 H. La résistance d'amortissement quoique appréciable (de 500 à 10.000 ohms) permet des surtensions élevées de l'ordre de 10^4 à 10^5 et pouvant même atteindre 300.000. La capacité C est très faible, comprise entre 0,1 et 0,002 pF.

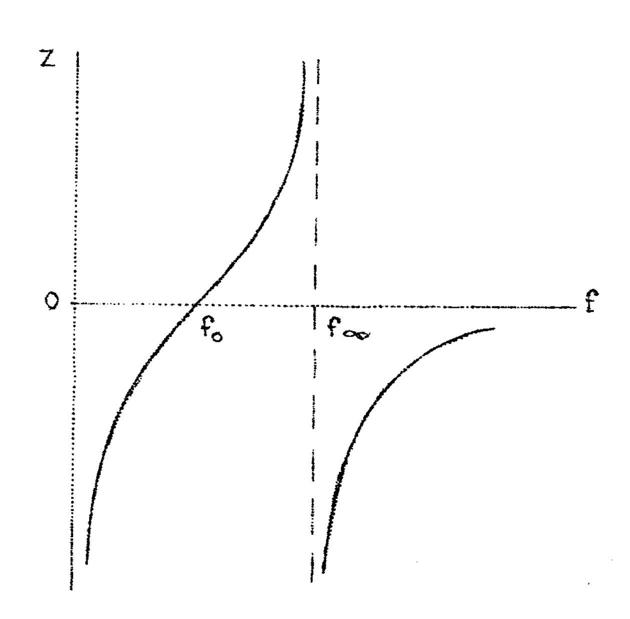


Fig. 92

La capacité C_1 est donnée par le rapport constant :

$$\frac{C_1}{C} \# 150$$

Nous pouvons écrire en négligeant R_1 C_2 et C_3 :

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{L\omega - \frac{1}{C\omega}} - C_1\omega$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{C\omega}{LC\omega^2 - 1} - C_1\omega$$

appelons :

$$LC\omega^2 - 1 = n$$

$$\frac{1}{Z} = \frac{C\omega}{n} - C_1\omega = \frac{C\omega - nC_1\omega}{n} = \frac{C_1\omega\left(\frac{C}{C_1} - n\right)}{n}$$

d'où l'on tire :

$$Z = \frac{n}{C_1\omega\left(\frac{C}{C_1} - n\right)}$$

en appelant : $a = \frac{C}{C_1}$

on obtient :

$$Z = \frac{n}{C_1 \, \omega \, (a - n)} \qquad (1)$$

ainsi l'impédance s'annule lorsque n = 0 c'est-à-dire à la fréquence:

$$f_o = \frac{n}{C_1 \, \omega \, (a - n)}$$

L'impédance devient ∞ lorsque n = a.

La fréquence d'antirésonance est définie par :

$$LC \, \omega_\infty^2 - 1 = a$$

mais $LC = \frac{1}{\omega_o^2}$ donc $\frac{\omega_\infty^2}{\omega_o^2} - 1 = a$

d'où l'on tire : $f_\infty = f_o \sqrt{a + 1}$

En pratique, $a = \frac{1}{140}$ à $\frac{1}{150}$ la fréquence d'antirésonance est donc très proche de la fréquence de résonance.

On remarque encore que l'impédance n'est positive qu'entre f_o et f_∞ c'est-à-dire sur une plage de fréquence très réduite, elle est donc presque uniquement capacitive.

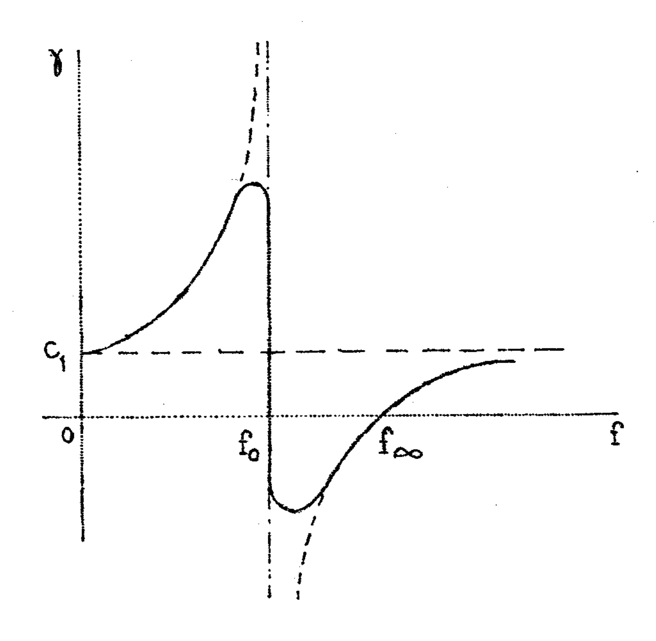


Fig. 93

La formule d'impédance peut s'écrire :

$$Z = \frac{1}{C \frac{(a-n)}{n} \omega}$$

c'est-à-dire que le quartz est assimilable à une capacité variable :

$$\gamma = C_1 \frac{(a-n)}{n}$$

dont la variation est donnée par la Fig. 93.

En supposant l'amortissement nul, la capacité passe brusquement de $+\infty$ à $-\infty$ en réalité, elle varie comme l'indique la courbe en trait plein.

Remarques : 1) La capacité C_2 due à la couche d'air modifie la valeur de γ, on a en effet une nouvelle capacité γ' telle que :

$$\frac{1}{\gamma'} = \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{C_2}$$

Cette modification de la capacité intervient évidemment dans la valeur de la fréquence de résonance, on utilise souvent ce principe pour ajuster la fréquence du quartz à une valeur voulue (les pièces fixant l'épaisseur de la lame d'air sont travaillées optiquement).

2) Soit un circuit oscillant L R C couplé lâchement avec un générateur. Plaçons aux bornes du circuit un quartz dont la fréquence propre est proche de celle du circuit (Fig. 94). La capacité du quartz étant γ le courant dans le circuit oscillant est :

$$i = \frac{M \omega I}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{(C+\gamma)\omega}\right)^2}}$$

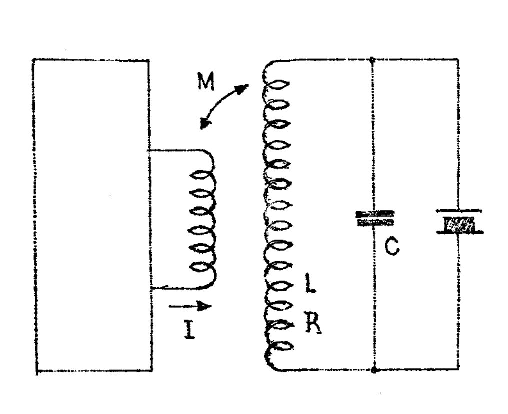


Fig. 94

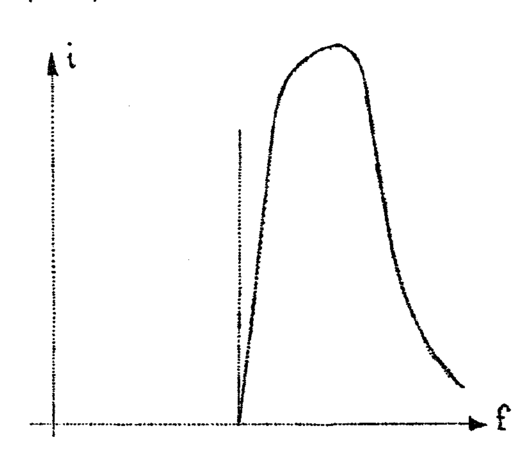


Fig. 95

Or, nous avons vu que γ peut prendre des valeurs négatives dans une plage de fréquence très réduite comprise entre : f_0 et f_∞ .

Lorsque $\gamma = -C$ la capacité totale s'annule et l'impédance du circuit devient $-\infty$ le courant s'annule donc et il se produit dans la courbe de résonance une coupure très brutale appelée "crevasse du quartz".

5.3 FILTRES A QUARTZ.

Les quartz permettent de réaliser des circuits à très grande sélectivité avec une bande passante pouvant atteindre quelques centaines de Hz.

Les filtres à quartz sont utilisés principalement dans les circuits moyenne fréquence des récepteurs professionnels.

Le schéma de principe est donné par la Fig. 96.

La transmission est assurée par un circuit différentiel symétrique comportant sur une branche un quartz et sur l'autre une capacité variable C_2.

Supposons tout d'abord que la capacité C_2 soit réglée à une valeur égale à la capacité du support de quartz; par le montage différentiel, elle en neutralise l'effet.

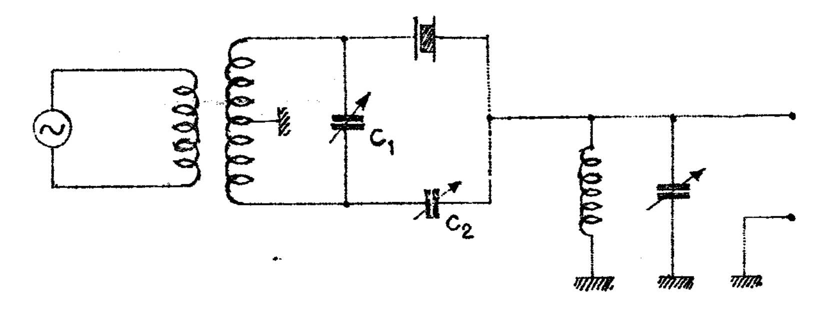


Fig. 96

Le quartz agit uniquement comme un circuit Résonnant à coefficient de surtension élevé.

Le quartz passe par une impédance nulle à la fréquence f_o la tension transmise est alors maximum. La courbe de résonance obtenue est symétrique. La sélectivité du filtre peut être réglée par le condensateur C_1 . Le circuit LC_1 en série avec le quartz modifie son amortissement. Lorsque LC_1 est réglé à la résonance la résistance équivalente du circuit est maximum, il en est de même de l'amortissement et la sélectivité est minimum. En déréglant LC la résistance diminue et la sélectivité augmente. Malgré cette possibilité de réglage la sélectivité reste cependant élevée.

Le rôle de compensation du condensateur C lui a valu l'appellation de "condensateur de phase". On l'appelle également "condensateur de réjection" car il permet d'éliminer une oscillation parasite sur une fréquence peu différente de la fréquence de résonance.

Traçons les courbes de réactance du quartz et de la capacité C (Fig. 97).

Si le quartz était seul on aurait :

à la fréquence f_o Z quartz = 0 donc V = maximum

à la fréquence f_∞ Z quartz = max. donc V = minimum.

La capacité C_2 produit une réactance $-\dfrac{1}{C_2\,\omega}$

Pour une fréquence f_1 cette réactance est égale à celle du quartz. Le circuit est absolument symétrique et la tension de sortie V passe par zéro. Si on modifie la valeur de la capacité l'égalité de réactance se produit à une autre fréquence. Il y a donc possibilité de déplacer la crevasse en-dessous de f par réglage de la capacité pour la faire coïncider avec une fréquence parasite à éliminer.

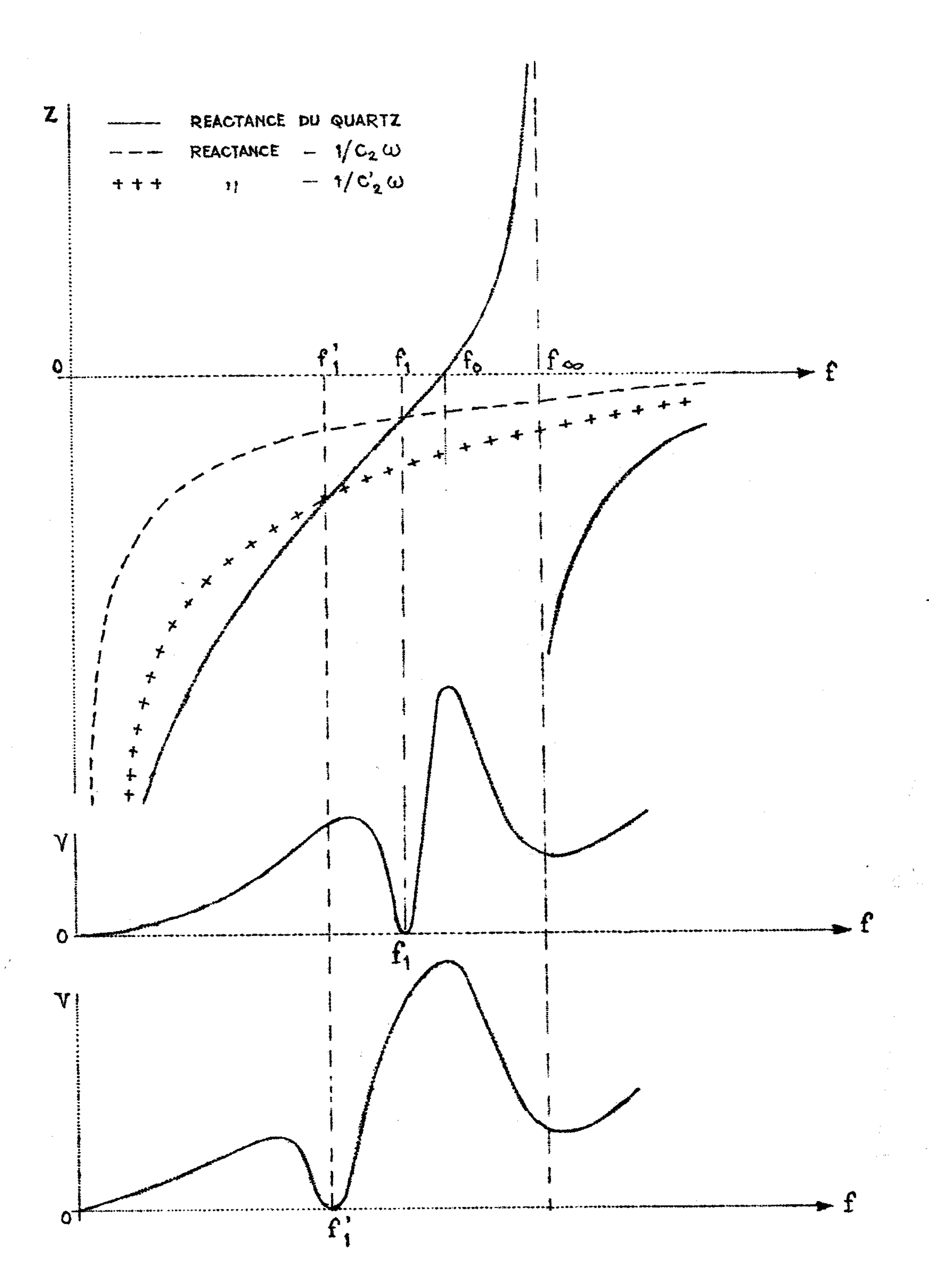

Z
REACTANCE DU QUARTZ
REACTANCE – 1/C2ω
" – 1/C'2ω
0
f'1
f1
f0
f∞
f
V
0
f1
f
V
0
f'1
f

Fig. 97

CHAPITRE VI

QUADRIPOLES ET FILTRES

Un quadripôle est un ensemble constitué par des éléments électriques régis par des lois linéaires (inductances, résistances, capacités, tubes électroniques ou transistors travaillant dans une zone linéaire de leurs caractéristiques, sources de courants ...); et possédant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie.

Un quadripôle comportant des sources de courant, des tubes électroniques ou des transistors est dit "actif".

Un quadripôle ne comportant que des éléments tels qu'inductances, résistances ou capacités est dit "passif".

Un quadripôle passif peut comporter des inductances couplées entre elles par induction (un transformateur est un quadripôle passif) ou des éléments quelconques liés entre eux par un couplage capacitif ou par résistance.

6,1 EQUATIONS DU QUADRIPOLE.

Deux circuits couplés comme ceux étudiés au chapitre III forment par définition un quadripôle; nous avons déjà eu l'occasion d'écrire des équations relatives à un quadripôle. Nous allons généraliser de manière à écrire un système d'équations applicable à un quadripôle quelconque.

Considérons un quadripôle quelconque alimenté par une source reliée à deux de ses bornes, les deux autres étant connectées à une charge quelconque (Fig. 98).

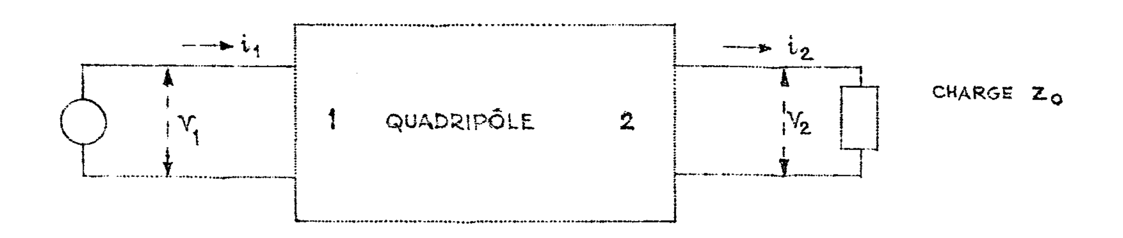


Fig. 98

Supposons tout d'abord la sortie du quadripôle ouverte ($i_2 = 0$) nous écrirons :

$$V_1 = Z_{11} \; i_1$$

Z_{11} étant l'impédance d'entrée du quadripôle à sortie ouverte ($i_2 = 0$).

Mais si nous fermons les bornes 2 sur une charge Z_u il va prendre naissance un courant i_2 qui dans la plupart des cas va provoquer une variation du courant i_1 et par suite de V_1 . Nous écrirons :

$$V_1 = Z_{11} \; i_1 + Z_{12} \; i_2 \qquad (1)$$

Z_{12} est l'impédance de transfert directe du quadripôle, c'est-à-dire le rapport $\frac{V_1}{i_2}$ pour $i_1 = 0$, ce qui revient à dire également que si l'on connectait une source aux bornes 2, les bornes 1 restant ouvertes, il apparaitrait une tension V_1 telle que $V_1 = Z_{12} \; i_2$.

Nous pouvons tenir un raisonnement identique en considérant les bornes 2 en lieu et place des bornes 1.

Nous obtiendrons :

$$V_2 = Z_{22} \; i_2 + Z_{21} \; i_1 \qquad (2)$$

Z_{22} étant l'impédance de sortie $\frac{V_2}{i_2}$ lorsque les bornes 1 sont ouvertes.

Z_{21} étant l'impédance de transfert inverse, c'est-à-dire le rapport pour $i_2 = 0$.

On démontre que dans un quadripôle passif $Z_{12} = Z_{21}$.

6,2 IMPEDANCE D'ENTREE DU QUADRIPOLE.

Reprenons les deux équations :

$$V_1 = Z_{11}\ i_1 + Z_{12}\ i_2 \qquad (1)$$

$$V_2 = Z_{21}\ i_1 + Z_{22}\ i_2 \qquad (2)$$

Si le quadripôle est fermé sur une impédance extérieure Z_o (Fig. 98), on a $V_2 = - Z_o\ i_2$.

Tirons i_2 de l'équation (2) en remplaçant V_2 par sa valeur

$$i_2 = - \frac{Z_{21}\ i_1}{Z_o + Z_{22}}$$

Portons dans (1), on tire l'impédance d'entrée

$$Z_e = \frac{V_1}{i_1} = \boxed{Z_{11} - \frac{Z_{12}\ Z_{21}}{Z_{22} + Z_o}}$$

Si le quadripôle est passif, on aura :

$$\boxed{Z_e = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_o}}$$

6,3 IMPEDANCE DE SORTIE DU QUADRIPOLE.

Nous définirons cette impédance de sortie comme l'impédance mesurée entre les bornes de sortie du quadripôle lorsque les bornes d'entrée sont fermées sur une impédance égale à l'impédance interne du générateur que l'on se propose d'utiliser.

On a dans ce cas $V_1 = - Z_g\ i_1$ (Z_g étant l'impédance interne du générateur).

Et les équations fondamentales :

$$V_1 = Z_{11}\ i_1 + Z_{12}\ i_2 \quad (1)$$

$$V_2 = Z_{21}\ i_1 + Z_{22}\ i_2 \quad (2)$$

donnent en remplaçant V_1 par $- Z_g\ i_1$ et en tirant i_1 de l'équation (1)

$$i_1 = - \frac{Z_{12}\ i_2}{Z_{11} + Z_g}$$

En portant cette valeur dans (2) on obtient :

$$V_2 = - \frac{Z_{12}\ Z_{21}}{Z_{11} + Z_g}\ i_2 + Z_{22}\ i_2$$

Soit

$$Z_s = \frac{V_2}{i_2} = Z_{22} - \frac{Z_{12}\ Z_{21}}{Z_{11} + Z_g}$$

Si le quadripôle est passif, on a :

$$\boxed{Z_s = Z_{22} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11} + Z_g}}$$

6,4 IMPEDANCE CARACTERISTIQUE (OU ITERATIVE) DU QUADRIPOLE.

Cette notion ne présente d'intérêt que dans le cas d'un quadripôle symétrique, cest-à-dire ayant une impédance d'entrée à sortie ouverte égale à l'impédance de sortie à l'entrée ouverte, ce qui se traduit par :

$$Z_{11} = Z_{22}$$

Bien entendu si le quadripôle est passif, on a également :

$$Z_{12} = Z_{21}$$

On appelle impédance caractéristique d'un quadripôle passif symétrique, l'impédance Z_c sur laquelle il faut fermer le quadripôle pour retrouver aux bornes d'entrée la même impédance d'entrée.

Reprenons la formule de l'impédance d'entrée :

$$Z_e = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_o}$$

puisque l'on a $Z_{11} = Z_{22}$ et que d'autre part par définition nous devons avoir $Z_e = Z_o = Z_c$, nous écrirons :

$$Z_c = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11} + Z_c}$$

d'où nous tirons :

$$Z_c = \sqrt{Z_{11}^2 - Z_{12}^2}$$

Si d'autre part, nous remarquons que l'impédance d'entrée à circuit de sortie ouvert Z ouvert du quadripôle est égale à Z_{11}, et que l'impédance d'entrée du même quadripôle à circuit de sortie en court-circuit ($Z_o = 0$) est :

$$Z_{fermé} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{11}}$$

nous voyons que l'impédance caractéristique Z_c est égale à :

$$Z_c = \sqrt{Z_{ouvert} \cdot Z_{fermé}}$$

6,5 QUADRIPOLE EN T.

Le quadripôle en T est représenté Fig. 99.

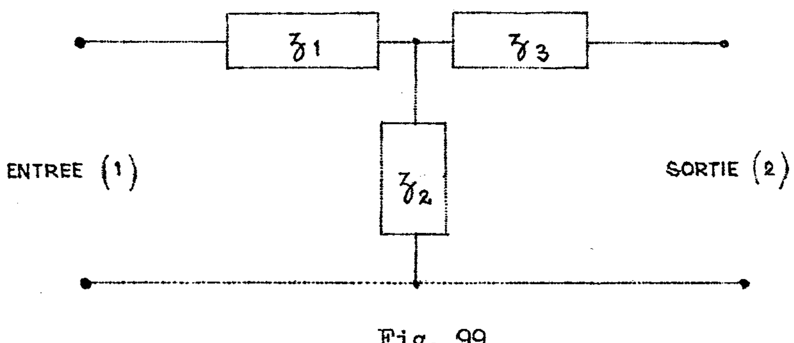


Fig. 99

Si les impédances z_1 et z_3 sont égales, le quadripôle est symétrique.

Le quadripôle étant connecté comme l'indique la Fig. 100, appliquons les loi de Kirchhoff au circuit :

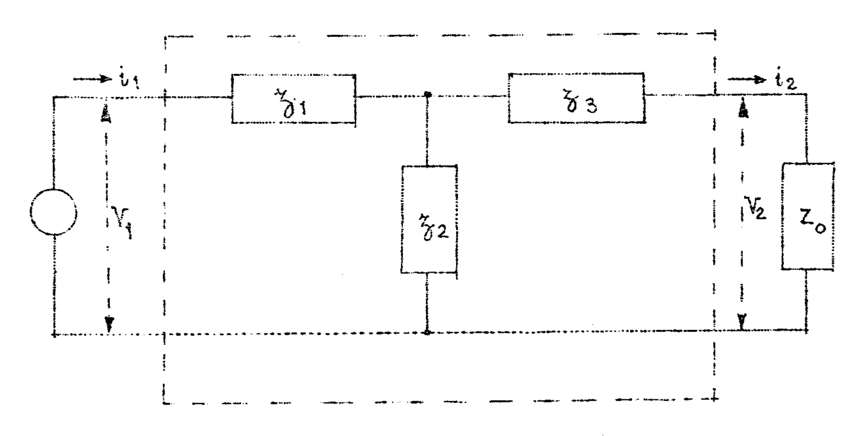


Fig. 100

$$\begin{cases} v_1 = (z_1 + z_2)\, i_1 - z_2\, i_2 \\ v_2 = (z_3 + z_2)\, i_2 - z_2\, i_1 \end{cases}$$

en comparant avec les équations générales :

$$V_1 = Z_{11}\; i_1 + Z_{12}\; i_2$$
$$V_2 = Z_{21}\; i_1 + Z_{22}\; i_2 \qquad \text{avec } Z_{12} = Z_{21}$$

On trouve immédiatement :

$Z_{11} = z_1 + z_2$	$z_1 = Z_{11} + Z_{12}$
$Z_{22} = z_3 + z_2$	$z_3 = Z_{22} + Z_{12}$
$Z_{12} = Z_{21} = - z_2$	$z_2 = - Z_{12}$

Dans le cas d'un quadripôle symétrique ($z_1 = z_3$), nous pouvons calculer l'impédance caractéristique :

La relation $Z_c = \sqrt{Z_{11}^2 - Z_{12}^2}$

devient $\boxed{Z_c = \sqrt{z^2 + 2\; z_1\; z_2}}$

Remarque I -

Il ressort des calculs précédents qu'il est toujours possible de trouver un quadripôle en T équivalent à un quadripôle quelconque, en particulier, il est possible de calculer les éléments d'un quadripôle en T équivalent à un transformateur ou à un quadripôle en π .

Remarque II -

Il est possible d'écrire des équations avec d'autres paramètres que les impédances, à propos d'un quadripôle quelconque.

On peut utiliser les paramètres "admittance".

Ses équations seront :

$$\begin{cases} i_1 = Y_{11} \, V_1 + Y_{12} \, V_2 \\ i_2 = Y_{21} \, V_1 + Y_{22} \, V_2 \end{cases}$$

dans ce système : Y_{11} est l'admittance d'entrée $\frac{i_1}{V_1}$ pour sortie en court-circuit.

Y_{22} est l'admittance de sortie $\frac{i_2}{V_2}$ pour entrée en court-circuit.

Y_{12} est l'admittance de transfert inverse $\frac{i_1}{V_2}$ lorsque l'entrée est en court-circuit.

Y_{21} est l'admittance de transfert directe $\frac{i_2}{V_1}$ lorsque la sortie est en court-circuit.

On peut écrire enfin un autre système d'équations avec d'autres paramètres appelés paramètres hybrides qui sont très utilisés dans l'étude des transistors.

Ces équations sont les suivantes :

$$\begin{cases} v = h_{11} \, i_1 + h_{12} \, V_2 \\ i = h_{21} \, i_1 + h_{22} \, V_2 \end{cases}$$

Dans ce système :

h_{11} est l'impédance d'entrée lorsque la sortie est en court-circuit ($V_2 = 0$)

h_{12} est le rapport de réaction $\frac{V_1}{V_2}$ lorsque l'entrée est ouverte ($i_1 = 0$)

h_{21} est le rapport des courants $\frac{i_2}{i_1}$ lorsque la sortie est en court-circuit

h_{22} est l'admittance de sortie $\frac{i_2}{V_2}$ lorsque l'entrée est ouverte.

6.6 CARACTERISTIQUES DE FILTRAGE D'UN QUADRIPOLE EN T.

Considérons le quadripôle passif symétrique ci-dessous :

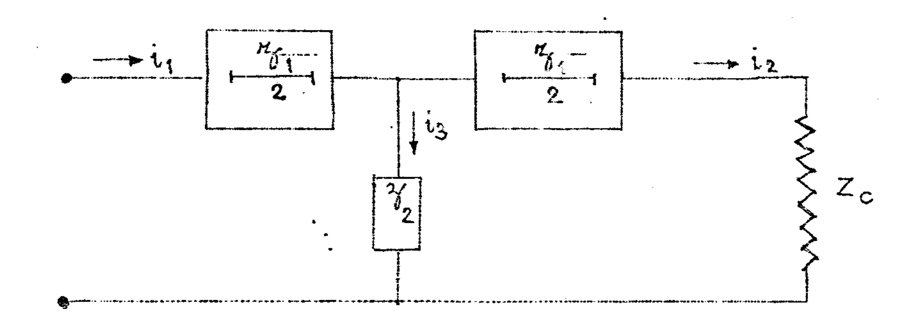


Fig. 101

Nous pouvons écrire :

$$z_2\, i_3 = \left(\frac{z_1}{2} + Z_c\right) i_2 \quad \text{soit} \quad \frac{i_3}{i_2} = \frac{\frac{z_1}{2} + Z_c}{z_2}$$

Le quadripôle étant fermé sur son impédance caractéristique Z_c, calculons cette impédance caractéristique :

on a $Z_c = \sqrt{Z_{11}^2 - Z_{12}^2}$ avec $Z_{11} = \frac{z_1}{2} + z_2$ et $Z_{12} = -z_2$

ce qui donne :

$$Z_c = \sqrt{\frac{z_1^2}{4} + z_1\, z_2}$$

ou encore :

$$Z_c = \sqrt{z_1\, z_2 \left(1 + \frac{z_1}{4\, z_2}\right)}$$

Puisque le quadripôle est fermé sur Z_c, il s'ensuit que l'impédance d'entrée est égale à Z_c, par suite

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{i_1}{i_2} \quad \text{et comme } i_1 = i_2 + i_3$$

l'affaiblissement $A = \frac{V_1}{V_2}$ est égal à $\frac{i_2 + i_3}{i_2} = 1 + \frac{i_3}{i_2}$

En remplaçant $\frac{i_3}{i_2}$ par la valeur trouvée plus haut

$$A = 1 + \frac{\frac{z_1}{2} + Z_C}{z_2} \qquad \text{avec} \quad Z_C = \sqrt{z_1 \; z_2 \left(1 + \frac{z_1}{4 z_2}\right)}$$

Ce qui donne en définitive :

$$A = 1 + \frac{z_1}{2 z_2} + \frac{1}{z_2} \sqrt{z_1 \; z_2 \left(1 + \frac{z_1}{4 z_2}\right)}$$

On constate que A est égale à 1 (ou à - 1) pour

$$z_1 = 0 \quad z_2 = \infty \qquad \frac{z_1}{4 z_2} = -1 \text{ ou } z_1 = -4 z_2$$

Les deux premières conditions impliquent que $\frac{z_1}{4 z_2} = 0$

La seconde que z_1 et z_2 doivent être de signe opposé.

La bande de fréquence pour laquelle l'affaiblissement A restera faible et que l'on appelle bande passante du filtre, sera celle pour laquelle on aura ;

$$-1 < \frac{z_1}{4 z_2} < 0$$

Si z_1 et z_2 sont de signe contraire on ne peut pas avoir $\frac{z_1}{4 z_2} > 0$ donc les fréquences qui seront affaiblies par le filtre seront celles pour lesquelles on aura $\frac{z_1}{4 z_2} < -1$.

Exemple - Considérons le filtre représenté ci-dessous Fig. 102 :

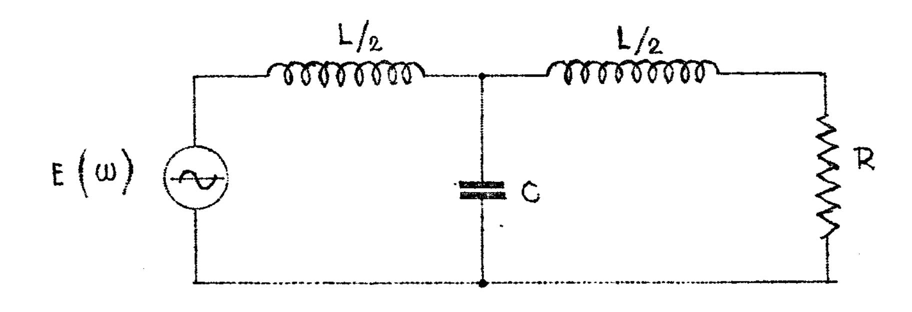


Fig. 102

c'est un filtre symétrique en T fermé sur une charge R et alimenté par une source à fréquence variable E (ω)

On a $z_1 = j L\omega$ et $z_2 = \frac{1}{j C \omega}$

Si on trace les variations de z_1 et de $-4\ z_2$ en fonction de ω on obtient la courbe ci-après (Fig. 103) :

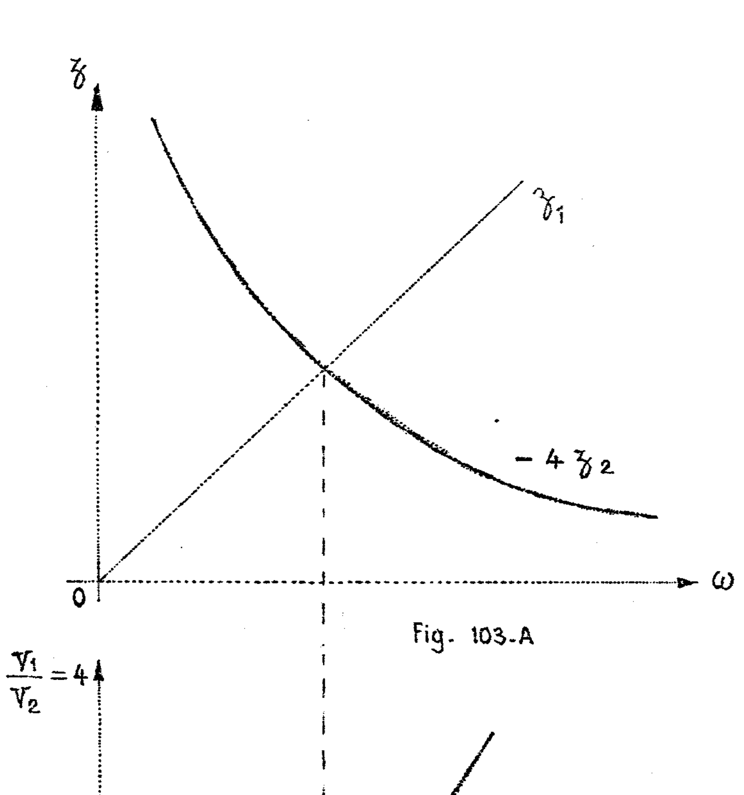


Fig. 103-A

Fig- 103 B

La pulsation ω_c est celle pour laquelle $z_1 = -4\ z_2$ donc l'extrémité de la bande passante du filtre qui est comprise entre $\omega = 0$ et $\omega = \omega_c$ pour des valeurs de ω plus grandes on a

$$\frac{z_1}{4 z_2} < -1$$

et l'on entre dans la zone d'affaiblissement (Fig. 103B)

Calculons ω_c :

On a $z_1 = -4\ z_2$ soit

$$j L \omega_c = \frac{-4}{j C \omega_c}$$

$$L C \omega_c^2 = 4$$

$$\boxed{\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}}$$

Calculons l'impédance caractéristique du filtre

$$Z_C = \sqrt{z_1\ z_2 \left(1 + \frac{z_1}{4 z_2}\right)} \quad \text{avec} \quad z_1 = j L\omega,\ z_2 = \frac{1}{j C\omega}$$

on trouve :

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C} \left(1 - \frac{L C \omega^2}{4}\right)}$$

Cette expression montre que Z_C est fonction de ω

$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$ pour $\omega = 0$ et $Z_C = 0$ pour la fréquence de coupure ω_C

On ferme généralement le filtre sur une résistance égale à :

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

ce qui entraîne un léger affaiblissement à l'intérieur de la bande passante du filtre.

2ème exemple - filtre passe-haut (Fig. 104)

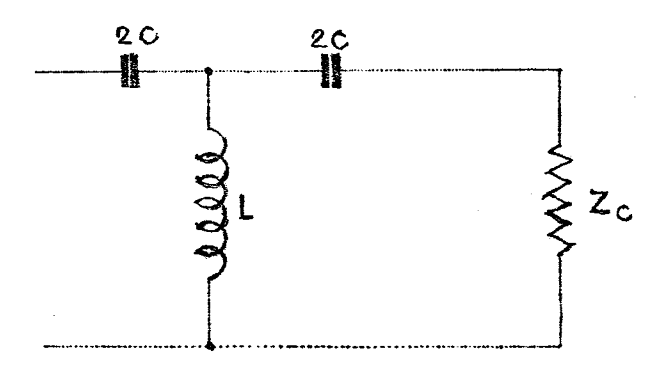


Fig. 104

L'impédance caractéristique est :

$$Z = \frac{L}{C}\left(1 - \frac{1}{4LC\omega^2}\right)$$

Et, on trouve après calcul une fréquence de coupure :

$$\omega_C = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$$

La bande passante du filtre est comprise entre ω_C et $\omega = \infty$
L'atténuation est importante entre $\omega = 0$ et ω_C .

Le filtre est fermé sur une impédance égale à $\sqrt{\frac{L}{C}}$ correspondant à $\omega = \infty$.

5,7 FILTRES EN π.

Des calculs analogues à ceux effectués à propos du filtre en T donnent à partir du schéma de la Fig. 105 :

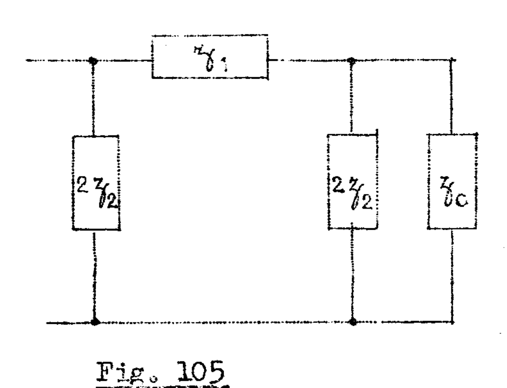


Fig. 105

$$Z_c = \sqrt{\frac{z_1 \, z_2}{1 + \frac{z_1}{4 z_2}}}$$

valeur différente de celle trouvée avec le filtre en T.

et un affaiblissement $A = \frac{V_1}{V_2} = 1 + \frac{z_1}{2 z_2} + \frac{1}{z_2}\sqrt{z_1 \, z_2 \left(1 + \frac{z_1}{4 z_2}\right)}$

formule identique à celle trouvée à propos des filtres en T.

Les conclusions sont donc identiques à celles obtenues à propos des filtres en T et il est possible de construire des filtres passe-bas en π (Fig. 106):

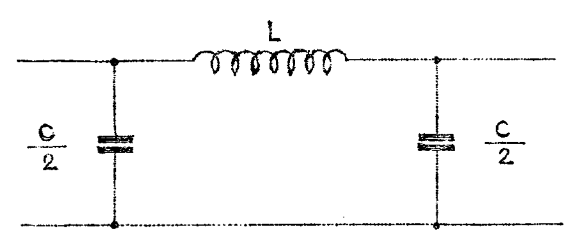


Fig. 106

et également des filtres passe-haut (Fig. 107)

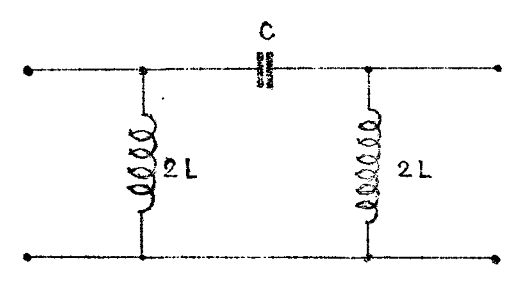


Fig. 107

qui auront des caractéristiques de filtrage identiques aux filtres en T, mais qui n'auront pas la même impédance caractéristique.

Il existe également des filtres plus complexes : filtres passe-bande, filtres en treillis, etc... dont l'étude dépasse le cadre de ce cours.

CHAPITRE VII

CIRCUITS A CONSTANTES REPARTIES

LIGNES DE TRANSMISSION

Dans l'étude des circuits qui a été faite au cours des chapitres précédents, nous avons supposé implicitement qu'à un instant donné l'intensité du courant était la même en tous les points du circuit, autrement dit, que la vitesse de propagation d'une perturbation électrique était très grande par rapport au temps de transmission dans l'ensemble du circuit.

Mais si l'on a affaire à des conducteurs longs soumis à des perturbations électriques d'allure sinusoïdale par exemple, mais de fréquence élevée, le temps de propagation ne peut plus être négligé par rapport à la vitesse de variation du phénomène (durée de la période).

Nous allons tenir compte de ce fait dans l'étude des lignes de transmission.

7,1 EQUATIONS GENERALES DE PROPAGATION SUR UNE LIGNE DE TRANSMISSION.

Considérons une ligne électrique formée de deux fils parallèles, voisins l'un de l'autre et éloignés du sol. Cette ligne est reliée à une de ses extrémités à un générateur délivrant une tension sinusoïdale de pulsation ω. L'autre extrémité est fermée sur une impédance quelconque Z_L (Fig. 108). Le sens positif de référence pour les longueurs est fixé arbitrairement sur la même Fig. 108.

Si le générateur délivre une tension sinusoïdale, nous pouvons exprimer les tensions et courants par leurs amplitudes en adoptant la notation imaginaire, ce qui élimine la variable "temps".

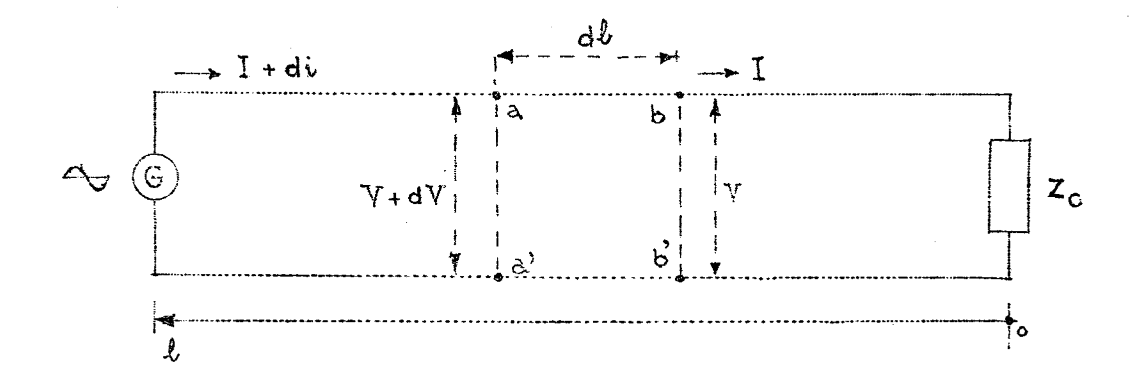


Fig. 108

Soit I le courant dans la ligne au point b. Par suite de l'existence d'un courant dérivé entre le tronçon ab et le tronçon a'b' par suite de l'existence d'une conductance et d'une capacité parasites entre ab et a'b', le courant au point a est I + dI.

De même, si la tension entre b et b' est V, la tension entre a et a' sera V + dV par suite de la chute de tension entre a et b d'une part, a' et b' d'autre part, chutes de tension dûes à la résistance du fil et à la self induction.

Appelons $Z = R + jL\omega$ l'impédance série par unité de longueur de la ligne. Pour une portion très petite dl l'impédance sera Zdl.

Appelons $Y = G + jC\omega$ l'admittance parallèle entre les deux fils de la ligne par unité de longueur. Pour la même portion dl cette admittance sera Ydl.

Si nous appliquons la loi de Kirchhoff au contour abb'a' nous obtenons

$$\frac{1}{2} Zdl\, I + V + \frac{1}{2} Zdl\, I - V - dV = 0$$

$$\text{soit} \quad dV = Zdl\, I$$

$$\text{ou} \quad \frac{dV}{dl} = Z I \quad (1)$$

De même la conductance parasite et la capacité parasite dérivent un courant I - I - dI =-dI entre la portion ab et la portion a'b'. On peut écrire :

$$V = \frac{1}{Ydl} dI \quad \text{ou} \quad \frac{dI}{dl} = YV \qquad (2)$$

En dérivant (1) on obtient :

$$\frac{d^2V}{d\,\ell^2} = Z\,\frac{dI}{d\ell}$$

et en remplaçant $\frac{dI}{d\ell}$ par la valeur donnée dans (2)

$$\frac{d^2V}{d\,\ell^2} - YZV = 0 \qquad (3)$$

Posons $YZ = \gamma^2$

c'est-à-dire $\gamma = \sqrt{(R + j L\omega)\,(G + j C\omega)} = \alpha + j\beta$

l'équation (3) s'écrit :

$$\frac{d^2V}{d\,\ell^2} - \gamma^2 V = 0 \qquad (4)$$

C'est une équation différentielle du second ordre à coefficients constants et dont le second membre est nul.

En posant $V = e^{x\ell}$

Soit $\frac{dV}{d\ell} = x\,e^{x\ell}$ et $\frac{d^2V}{d\,\ell^2} = x^2 e^{x\ell}$

On obtient l'équation caractéristique :

$$x^2 - \gamma^2 = 0$$

soit $x = \pm\,\gamma$

La solution générale est de la forme :

$$V = A\,e^{\gamma\ell} + B\,e^{-\gamma\ell} \qquad (5)$$

D'autre part, l'équation (1) nous donne :

$$I = \frac{1}{Z}\,\frac{dV}{d\ell}$$

Et on obtient en dérivant (5) :

$$\frac{dV}{d\ell} = \gamma A\,e^{\gamma\ell} - \gamma B\,e^{-\gamma\ell}$$

et par suite :

$$I = \frac{\gamma}{Z}\left(Ae^{\gamma l} - Be^{-\gamma l}\right)$$

Or $\frac{\gamma}{Z} = \frac{\sqrt{YZ}}{Z} = \sqrt{\frac{Y}{Z}}$ et a les dimensions d'une admittance.

Nous poserons $\sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R+jL\omega}{G+jC\omega}} = Z_c$

Nous appellerons Z_c impédance caractéristique de la ligne.

Les expressions finales de la tension et du courant en un point de la ligne situé à une longueur l de la source sont donc :

$$V = A\,e^{\gamma l} + B\,e^{-\gamma l} \qquad (6)$$

$$I = \frac{1}{Z_c}\left[A\,e^{\gamma l} - B\,e^{-\gamma l}\right] \qquad (7)$$

7,2 CALCUL DES COEFFICIENTS A et B.

Prenons l'origine des longueurs à l'extrémité de la ligne, aux bornes de l'impédance de charge Z_o. En ce point nous supposons connue la tension V_o et le courant I_o nous est donné par la relation $I_o = \frac{V_o}{Z_o}$. Il suffit alors de faire l = 0 dans les équations (6) et (7).
Nous obtenons :

$$V_o = A + B$$

$$I_o = \frac{A - B}{Z_c}$$

D'où nous tirons :

$$A = \frac{V_o + I_o Z_c}{2} \qquad \text{et } B = \frac{V_o - I_o Z_c}{2}$$

Les équations (6) et (7) s'écrivent alors :

$$V = \frac{1}{2}(V_o + I_o Z_c)\,e^{\gamma l} + \frac{1}{2}(V_o - I_o Z_c)\,e^{-\gamma l}$$

$$I = \frac{1}{2Z_c}(V_o + I_o Z_c)\,e^{\gamma l} - \frac{1}{2}(V_o - I_o Z_c)\,e^{-\gamma l}$$

Ou en groupant les termes semblables :

$$(8) \qquad V = V_o \left(\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \right) + Z_c \, I_o \left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \right)$$

$$(9) \qquad I = \frac{V_o}{Z_c} \left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \right) + I_o \left(\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \right)$$

Ce qui nous permet de calculer l'impédance en un point quelconque de la ligne à une longueur l de l'extrémité :

$$(10) \qquad Z_{(l)} = Z_c \; \frac{Z_o \left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \right) + Z_c \left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \right)}{Z_o \left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \right) + Z_c \left(\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \right)}$$

Nous verrons que cette équation peut se simplifier considérablement dans le cas d'une ligne sans pertes.

7,3 SIGNIFICATION PHYSIQUE DES EQUATIONS (6) et (7).

L'équation (6) s'écrit :

$$V = A \, e^{\gamma l} + B \, e^{-\gamma l}$$

Elle montre que la tension V en un point de la ligne est la somme :

- d'une onde d'amplitude A à l'extrémité de la ligne se propageant de la source vers la charge et qui s'affaiblit en parcourant cette distance.

- d'une onde d'amplitude B à l'extrémité de la ligne se propageant de la charge vers la source et qui s'affaiblit également en parcourant cette distance.

Autrement dit l'énergie produite par la source se propage en s'affaiblissant le long de la ligne par suite des pertes, puis par un phénomène de réflexion qui se produit à l'extrémité de la ligne, revient vers la source tout en continuant à s'affaiblir.

Le même raisonnement peut être tenu en ce qui concerne l'intensité en observant la relation (7):

$$I = \frac{A \, e^{\gamma l}}{Z_c} - \frac{B \, e^{-\gamma l}}{Z_c}$$

On notera toutefois qu'au moment de la réflexion il y a un renversement de 180° de la phase du courant réfléchi ainsi que le montre le changement de signe du 2e terme.

Nous rappellerons que la constante de propagation γ est une quantité complexe de la forme $\gamma = \alpha + j\beta$. α représente l'affaiblissement de la tension ou du courant au cours de la propagation, et se nomme constante d'affaiblissement. β représente la phase de l'onde en un point quelconque et se nomme constante de phase.

7,4 CAS OU L'IMPEDANCE DE CHARGE EST EGALE A L'IMPEDANCE CARACTERISTIQUE.

Dans ce cas nous avons $Z_o = Z_c$

et $V_o = I_o Z_o = I_o Z_c$

Mais nous avons trouvé comme valeur du coefficient B :

$$B = \frac{V_o - I_o Z_c}{2}$$

. On a donc dans ce cas $B = 0$

Autrement dit il n'y a pas de réflexion sur l'impédance de charge. L'énergie électrique se propage uniquement de la source vers la charge. On dit que la ligne est le siège d'ondes progressives.

7,5 ETUDE DES LIGNES SANS PERTES.

Dans beaucoup de cas d'utilisation (feeders reliant les antennes aux émetteurs et aux récepteurs) les lignes présentent des pertes très faibles. On peut pratiquement négliger R devant $jL\omega$ et G devant $jC\omega$. Dans ces conditions, la constante de propagation γ devient :

$$\gamma = \sqrt{jL\omega \cdot jC\omega} = j\omega\sqrt{LC} = j\beta$$

On note que la constante d'affaiblissement a disparu. L'onde conservera donc une amplitude constante tout le long de la ligne.

$j\beta$ étant la constante de phase, nous dirons que, à une distance l_o de l'origine, le retard de phase de l'onde est $\varphi = \beta l_o$.

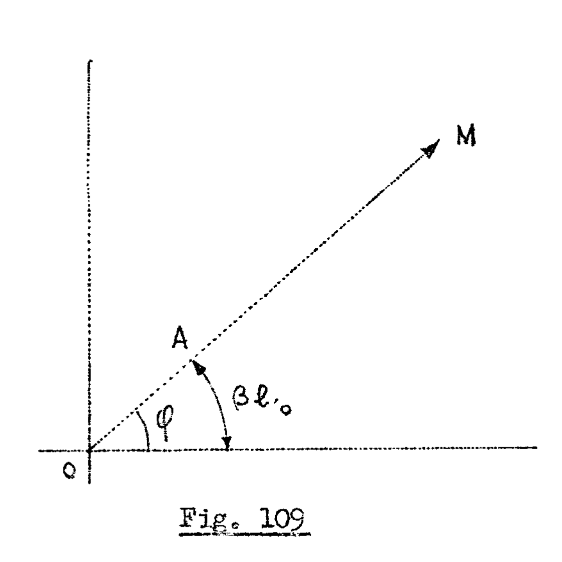


Fig. 109

Par définition la longueur d'onde correspond à deux points consécutifs sur la ligne se trouvant dans le même état électrique, autrement dit ayant un déphasage de 2 π radians.

On en déduit : $\beta \lambda = 2\pi$

ou $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$

Nous pouvons écrire également :

$$\omega \sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{ou} \quad 2\pi f \sqrt{LC} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

soit $\lambda f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ avec $\lambda f = v$ qui est la vitesse de propagation.
On voit ainsi que cette vitesse est égale à $\frac{1}{\sqrt{LC}}$.

L'expression (10) s'écrit dans ce cas :

$$Z(\ell) = Z_c \frac{Z_o \left(\frac{e^{j\beta\ell} + e^{-j\beta\ell}}{2} \right) + j\, Z_c \left(\frac{e^{j\beta\ell} - e^{-j\beta\ell}}{2} \right)}{Z_c \left(\frac{e^{j\beta\ell} + e^{-j\beta\ell}}{2} \right) + j\, Z_o \left(\frac{e^{j\beta\ell} - e^{-j\beta\ell}}{2} \right)}$$

Or, les formules d'Euler obtenues par comparaison des développements en séries des fonctions e^{jx}, e^{-jx}, sin x et cos x nous donnent :

$$\sin x = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \qquad \text{et} \quad \cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

En remplaçant d'autre part $\beta \ell$ par $\frac{2\pi \ell}{\lambda}$

nous obtenons :

$$Z(\ell) = Z_c \frac{Z_o \cos 2\pi \frac{\ell}{\lambda} + j Z_c \text{ sur } 2\pi \frac{\ell}{\lambda}}{Z_c \cos 2\pi \frac{\ell}{\lambda} + j Z_o \sin 2\pi \frac{\ell}{\lambda}} \quad (11)$$

expression qui peut s'écrire également :

$$Z(\ell) = Z_c \frac{Z_o + j Z_c \operatorname{tg} 2\pi \frac{\ell}{\lambda}}{Z_c + j Z_o \operatorname{tg} 2\pi \frac{\ell}{\lambda}} \quad (12)$$

Les expressions 8 et 9 donnant le courant et la tension a une distance l de l'extrémité de la ligne s'écrivent également :

$$V = V_o \cos \frac{2\pi\ell}{\lambda} + j Z_c I_o \sin \frac{2\pi\ell}{\lambda} \quad (12)$$

$$I = I_o \cos \frac{2\pi\ell}{\lambda} + j \frac{V_o}{Z_c} \sin \frac{2\pi\ell}{\lambda} \quad (13)$$

7,5,1 **Ligne sans pertes ouverte à son extrémité.**

On a dans ce cas $I_o = 0$, la tension à une distance l de l'extrémité s'écrit :

$$V = V_o \cos \frac{2\pi\ell}{\lambda}$$

Et le courant a pour valeur :

$$I = j \frac{V_o}{Z_c} \sin \frac{2\pi\ell}{\lambda}$$

On en conclut que la tension est maxium pour :

$$l = 0 , \quad l = \frac{\lambda}{2}, \quad l = \lambda , \quad l = k \frac{\lambda}{2}$$

et qu'elle est nulle pour

$$l = \frac{\lambda}{4}, \quad l = \frac{3\lambda}{4} \; . \; . \; . \; . \; l = (2 k + 1) \frac{\lambda}{4}$$

Les résultats sont inversés en ce qui concerne le courant.

D'autre part, les expressions $A = \frac{V_0 + I_0 Z_c}{2}$ et $B = \frac{V_0 - I_0 Z_c}{2}$ montrent que A = B, donc que l'onde régressive a une amplitude égale à l'onde progressive. Nous sommes en régime d'ondes stationnaires.

Enfin le rapport $Z = \frac{V}{I}$ est égal à $- j Z_c \operatorname{cotg} \frac{2\pi l}{\lambda}$ ce qui montre que l'impédance de la ligne en un point quelconque est une réactance pure passant par une valeur nulle pour tous les points où V = 0 et par une valeur infinie pour tous les points où I = 0.

7,5,2 Ligne sans pertes court-circuitée à son extrémité.

On a alors $V_0 = 0$

La tension à une distance l de la ligne s'écrit :

$$V = j Z_c I_0 \sin \frac{2\pi l}{\lambda}$$

ce qui montre que la tension passe par une valeur nulle pour l = 0, $l = \frac{\lambda}{2}$, $l = \lambda$ . . . . $l = k \frac{\lambda}{2}$

et par une valeur maximum pour $l = \frac{\lambda}{4}$, $l = \frac{3\lambda}{4}$. . . . $l = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$.

Les résultats sont également inversés pour le courant qui s'écrit :

$$I = I_0 \cos \frac{2\pi l}{\lambda}$$

Nous sommes également en régime d'ondes stationnaires.

L'impédance Z est égale à $\frac{V}{I} = j Z_c \operatorname{tg} \frac{2\pi l}{\lambda}$, donc cette impédance de la ligne en un point quelconque l est également une réactance pure qui passe par une valeur nulle pour tous les points où V = 0, et par une valeur infinie pour tous les points où I = 0.

7,5,3 Ligne sans pertes fermée sur son impédance caractéristique.

Nous avons vu qu'une ligne fermée sur son impédance caractéristique est le siège d'ondes progressives. Lorsque la ligne est sans

pertes il n'y a pas d'affaiblissement et toute l'énergie est transmise de la source vers la charge où elle se dissipe. Le courant et la tension sont les mêmes en tous les points de la ligne.

7,5,4 Ligne sans pertes fermée sur une impédance quelconque.

Dans ce cas, il y a réflexion partielle de l'énergie incidente. De ce fait, la tension le long de la ligne passe également par des maxima et des minima, mais les valeurs minima ne sont plus nulles. Par ailleurs, la tension à l'extrémité de la ligne ne correspond ni à un maximum, ni à un minimum, mais à une valeur intermédiaire qui dépend de l'impédance de fermeture Z_o.

L'impédance en un point de la ligne est donnée par les relations (11) ou (12).

7,6 COEFFICIENT DE REFLEXION ET TAUX D'ONDES STATIONNAIRES.

7,6,1 Coefficient de réflexion.

Ecrivons les équations (6) et (7) dans le cas d'une ligne sans pertes :

$$V = A\ e^{j\beta \ell} + B\ e^{-j\beta \ell}$$

$$I = \frac{1}{Z_c}(A\ e^{j\beta \ell} - B\ e^{-j\beta \ell})$$

La tension V se décompose en deux ondes :

l'une $A\ e^{j\beta \ell}$ onde progressive va de la source vers la charge

l'autre $B\ e^{j\beta \ell}$ onde régressive revient de la charge vers la source

On appelle coefficient de réflexion le rapport

$$T = \frac{B e^{-j\beta \ell}}{A e^{+j\beta \ell}}$$

T est donc une quantité complexe de la forme $T = T_o\ e^{j\varphi}$

avec $T_o = \frac{|B|}{|A|}$ $|A|$ et $|B|$ étant les amplitudes maximum de A et B

Le coefficient de réflexion est une grandeur qui est difficilement mesurable sur une ligne car on ne peut dissocier facilement l'onde progressive et l'onde régressive. Mais on peut déduire cette grandeur de la mesure du taux d'ondes stationnaires.

7.6.2 Taux d'ondes stationnaires.

Par définition le taux d'ondes stationnaires est le rapport $\frac{V_{max.}}{V_{min.}} = \rho$, V_{max} étant la tension maximum relevée sur la ligne, V_{min} la valeur minimum de cette tension qui sera nécessairement relevée à une longueur distante de $\frac{\lambda}{4}$ de $V_{max.}$.

ρ est un nombre réel, c'est le rapport de deux amplitudes.

Il est évident que l'on a :

$$V_{max.} = |A| + |B|$$

$$\text{et} \quad V_{min.} = |A| - |B|$$

On a donc :

$$\rho = \frac{V_{max.}}{V_{min.}} = \frac{|A| + |B|}{|A| - |B|} = \frac{1 + \frac{|B|}{|A|}}{1 - \frac{|B|}{|A|}} = \frac{1 + T_o}{1 - T_o}$$

Ou encore

$$\rho - \rho\, T_o = 1 + T_o$$

$$\boxed{T_o = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}}$$

Signalons que ρ est compris entre 1 et ∞ et que par suite T_o est compris entre 0 et 1.

7,6,3 Phase du coefficient de réflexion.

Le coefficient de réflexion est défini par

$$T = \frac{B e^{-j\beta l}}{A e^{j\beta l}} = T_o e^{-2j\beta l} = T_o e^{j\varphi}$$

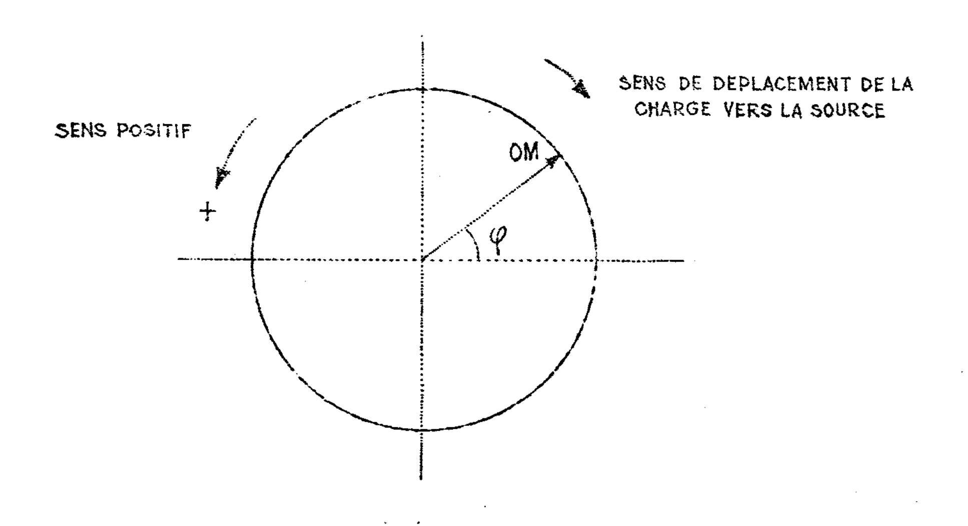


Fig. 110

On peut donc représenter T par un vecteur OM de longueur T_o (T_o est compris entre 0 et 1).

Lorsqu'on se déplace d'une longueur l sur la ligne de la charge vers la source, le vecteur OM se déplace dans le sens inverse d'un angle $\varphi = 4\pi \frac{l}{\lambda}$. Il tourne donc d'un tour complet lorsqu'on se déplace d'une longueur égale à $\frac{\lambda}{2}$.

7,7 DIAGRAMME DE SMITH.

Le diagramme de Smith permet de déterminer l'impédance en un point quelconque d'une ligne fermée sur une impédance également quelconque.

7,7,1 Impédance réduite.

On appelle impédance réduite en un point quelconque de la

ligne, le rapport $\frac{Z}{Z_c}$, Z étant l'impédance de la ligne au point considéré.

Nous savons que $T = \frac{B}{A} e^{-2j\beta\ell}$

avec $B = \frac{1}{2} (V_o - Z_c I_o)$

et $A = \frac{1}{2} (V_o + Z_c I_o)$

ce qui donne :

$$T = \frac{V_o - Z_c I_o}{V_o + Z_c I_o} e^{-2j\beta\ell} = \frac{Z_o - Z_c}{Z_o + Z_c} e^{-2j\beta\ell}$$

Soit finalement

$$T = \frac{Z_t - 1}{Z_t + 1} e^{-2j\beta\ell}$$

, Z_t étant l'impédance réduite à l'extrémité de la ligne.

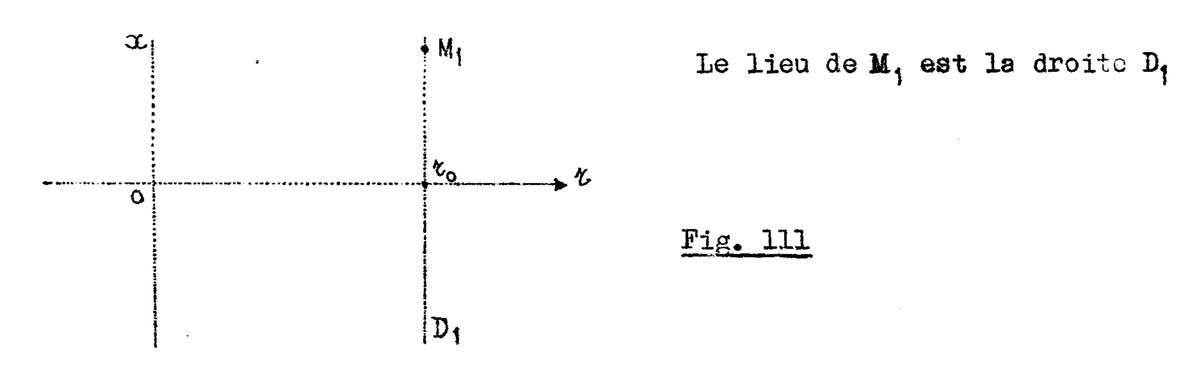
Si z est l'impédance réduite en un point quelconque de la ligne, le coefficient de réflexion en ce point est évidemment :

$$T = \frac{z - 1}{z + 1} = 1 - \frac{2}{z + 1}$$

Dans cette expression T peut être représenté par un vecteur OM tournant d'un tour complet lorsqu'on se déplace sur la ligne d'une longueur égale à $\frac{\lambda}{2}$, z représente l'impédance réduite de la ligne correspondant à chaque position du vecteur $\overline{OM}$. z est de la forme $z = r + jx$ car c'est une impédance complexe.

Cherchons le lieu géométrique des extrémités M du vecteur $\overline{OM}$ lorsqu'on fait arbitrairement varier x de 0 à $\pm\infty$ en maintenant r constant.

- Lieu de $M_1 = z$



Le lieu de M_1 est la droite D_1

Fig. 111

- Lieu de M = z + 1

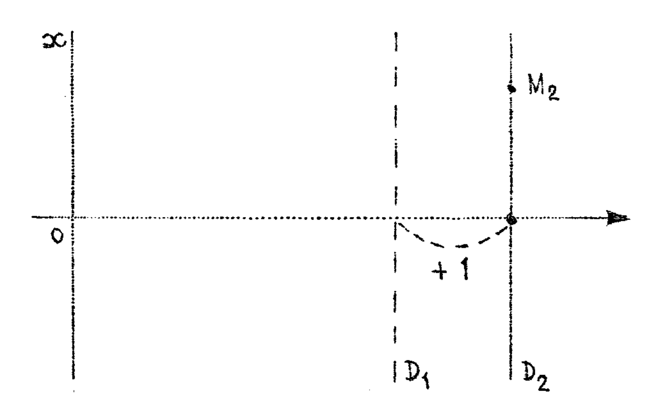


Fig. 112

Le lieu est la droite D_2 obtenue par translation (+ 1)

- Lieu de $M_3 = \frac{2}{z + 1}$

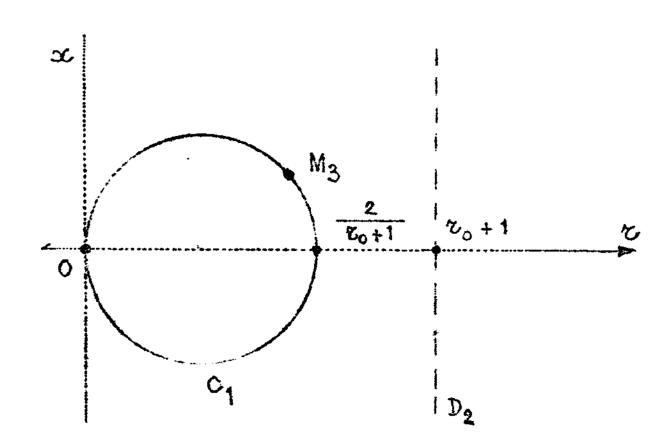
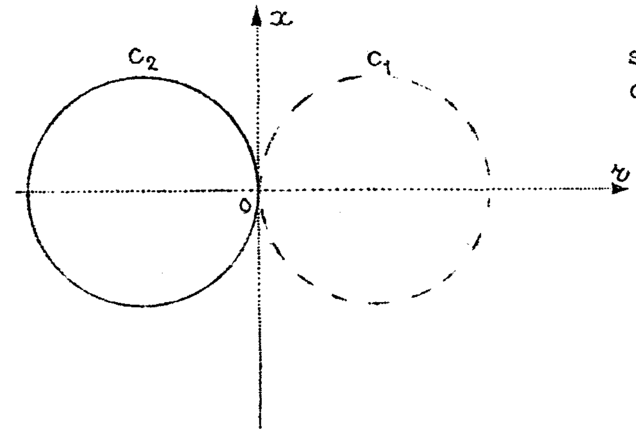


Fig. 113

Il y a lieu d'effectuer une inversion de puissance 2. Or la figure inverse d'une droite est un cercle passant par l'origine. Le lieu de M_3 est donc le cercle C_1 .

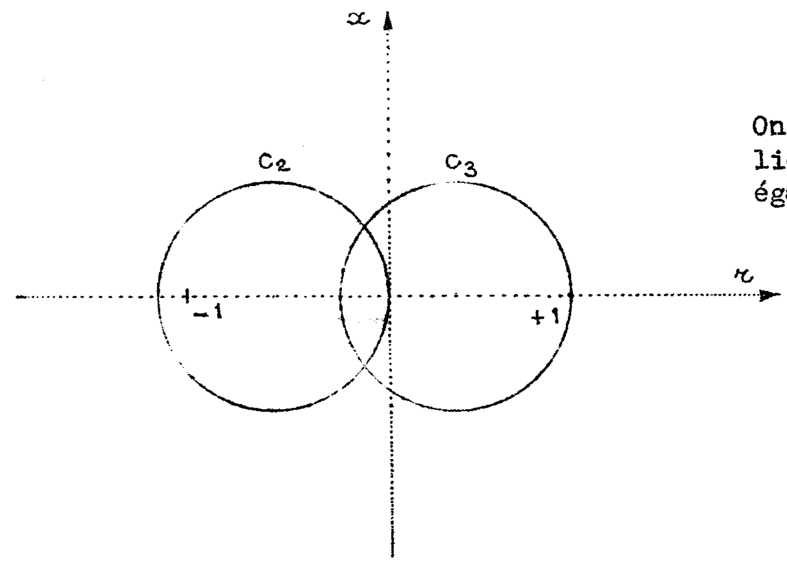
- Lieu de $M_4 = - \frac{2}{\gamma + 1}$



Le lieu de M_4 est le cercle C_2 symétrique de C_1 par rapport à o x et de même rayon.

Fig. 114

- Lieu de $M_5 = 1 - \frac{2}{\gamma + 1}$



On passe du lieu de M_4 au lieu de M_5 par une translation égale à + 1.

Fig. 115

Pour différentes valeurs de r comprises entre 0 et + ∞ on obtient donc comme lieu géométrique des extrémités du vecteur OM un faisceau de cercles passant tous par le point + 1 (Fig. 116):

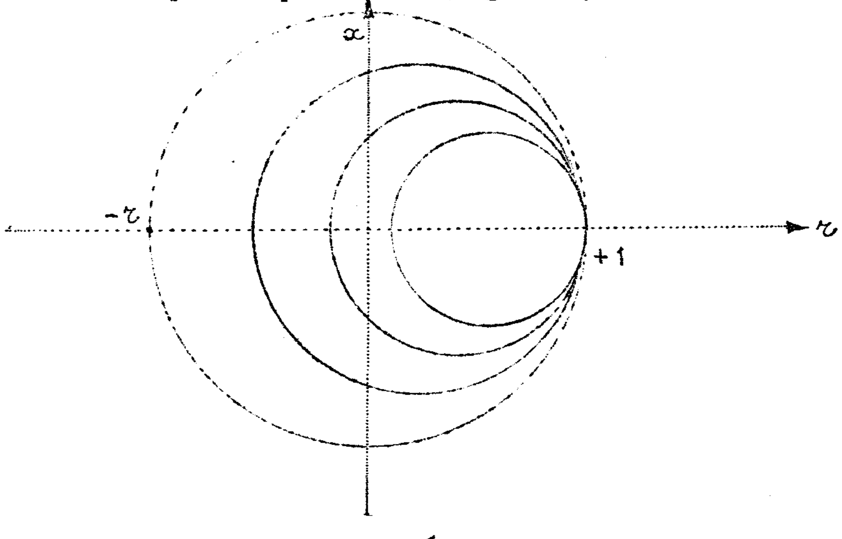


Fig. 116

En faisant arbitrairement x = constant, et par un raisonnement analogue au précédent, on obtient pour différentes valeurs de x comprises entre 0 et ± ∞ , deux faisceaux de cercles qui sont représentés sur la Fig. 117 ci-dessous :

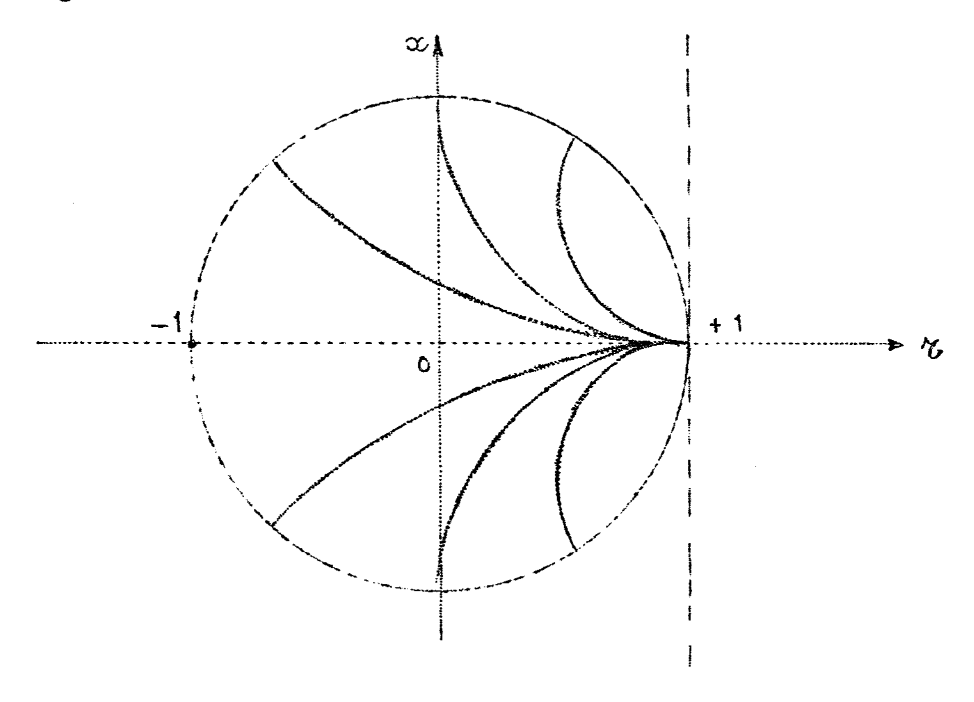


Fig. 117

La figure 118 représente le diagramme de Smith complet. Parcourir la ligne de la charge vers la source revient à se déplacer sur le diagramme en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre à une distance du centre constante proportionnelle à T_o (pour une ligne sans pertes), sachant que pour $T_o = 1$ on se déplace sur le plus grand cercle du diagramme (de rayon 1) et que pour $T_o = 0$, ce qui correspond à un régime d'ondes progressives, c'est-à-dire $Z_o = Z_c$, le déplacement sur la ligne revient, sur le diagramme, à rester en un seul point qui est le centre du diagramme. Le point A correspond aux minima de tension et le point A' aux maxima de tension.

Bien entendu un tour complet sur le diagramme revient à un déplacement égal à $\lambda/2$ sur la ligne.

7,8 UTILISATION DU DIAGRAMME DE SMITH.

7,8,1 Formules pratiques de calcul de Z_c.

Si la ligne est une ligne bifilaire disposée à une hauteur relativement grande au-dessus du sol on a :

$$Z_c = 276 \log \frac{2D}{d}$$

avec D = distance entre les deux conducteurs et d = diamètre d'un conducteur.

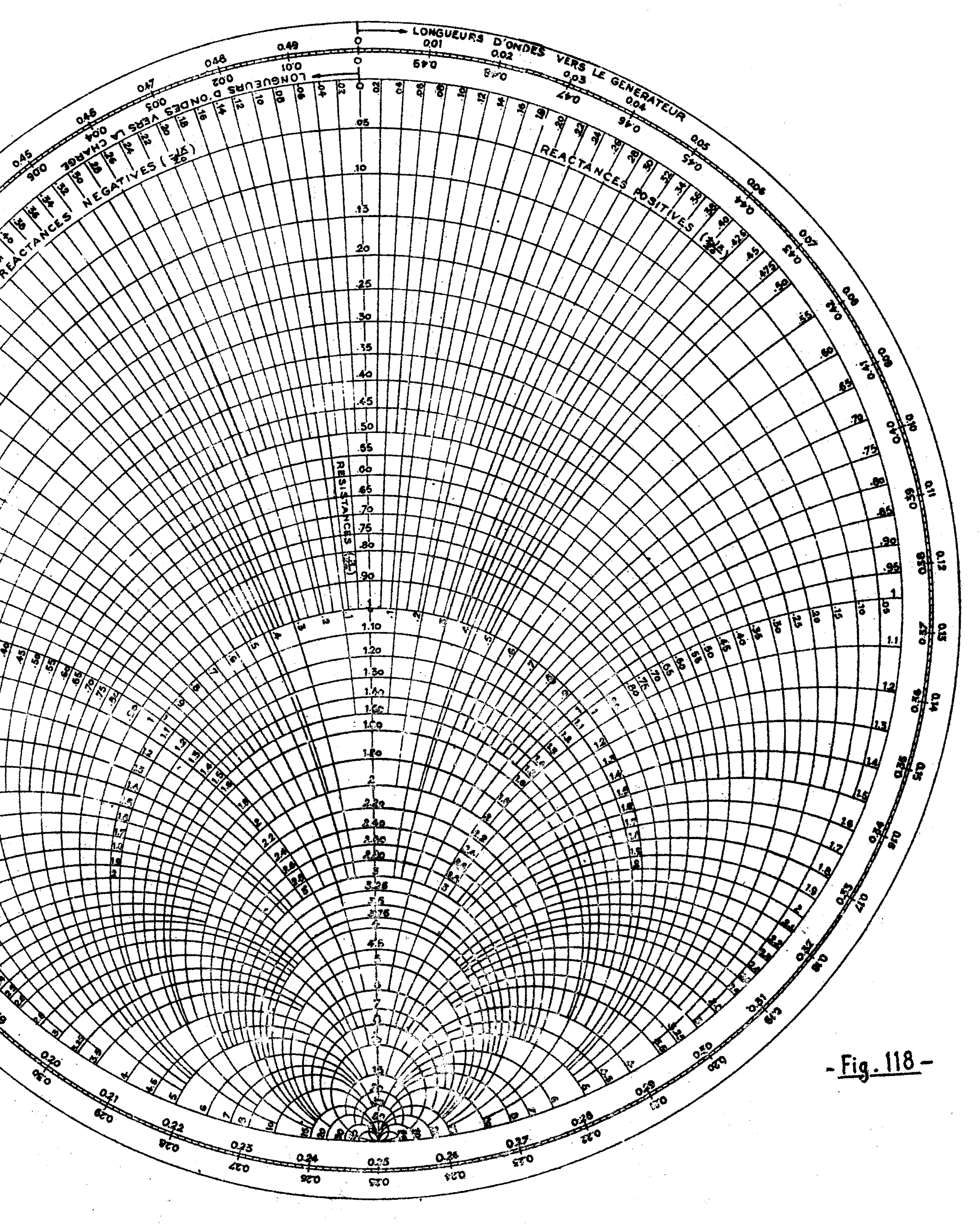
Si la ligne est un câble coaxial, on a :

$$Z = \frac{138 \log}{\sqrt{K}} \frac{D}{d}$$ avec K = constante diélectrique de l'isolant

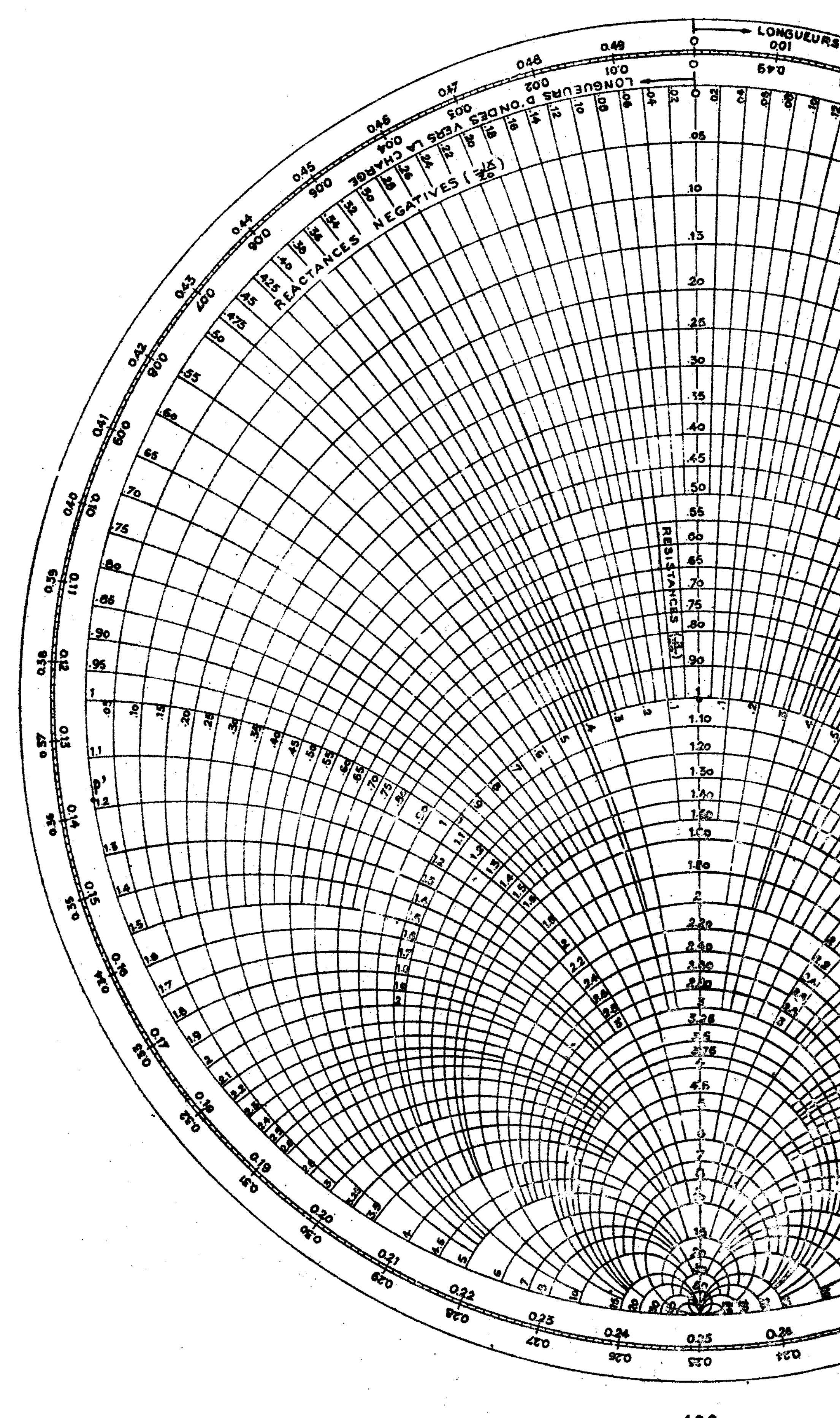
D diamètre du conducteur extérieur, d = diamètre du conducteur intérieur.

Etant donnée une ligne, siège d'ondes pseudo-stationnaires, on se propose de déterminer l'impédance en n'importe quel point de la ligne.

En mesurant la tension MAX et MIN, on en déduit le T.O.S.


LONGUEURS D'ONDES VERS LE GENERATEUR
LONGUEURS D'ONDES VERS LA CHARGE
REACTANCES NEGATIVES
REACTANCES POSITIVES
RESISTANCES

- Fig. 118 -


LONGUEURS
LONGUEURS D'ONDES VERS LA CHARGE
REACTANCES NEGATIVES
RESISTANCES

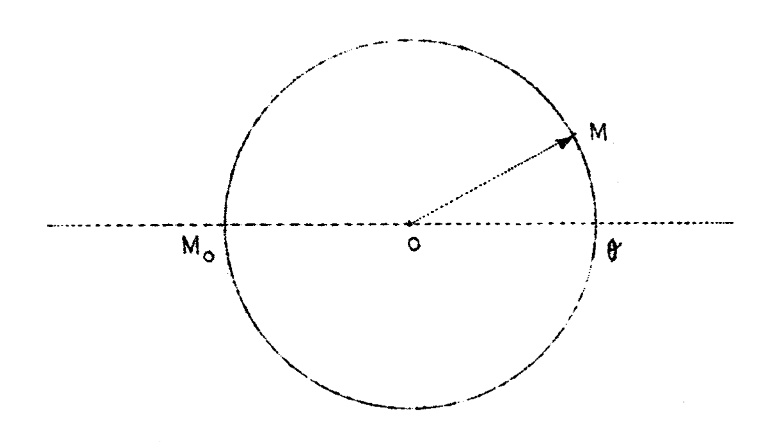


Fig. 119

Le diagramme nous donne aussitôt le cercle lieu de $\overrightarrow{OM}$. Nous savons qu'en un minimum de tension, le vecteur $\overrightarrow{OM}$ est au $\overrightarrow{OM_o}$. Si nous connaissons la distance d dont nous déplaçons sur la ligne et le sens de déplacement, nous savons de combien et dans quel sens il faut faire tourner OM_o. En chaque point, on lit l'impédance réduite cherchée.

7,8,2 Applications numériques du diagramme de Smith.

1°) Une ligne est fermée sur l'impédance 75 + j 50 ohms. L'impédance caractéristique est 50 ohms. On demande l'impédance à 3,87 λ et le taux d'ondes stationnaires.

Solution -

L'impédance réduite est $z_u = \frac{75}{50} + j\,\frac{50}{50} = 1,5 + j.1$

$$l = 3,87\,\lambda = 3\,\lambda + 0,87\,\lambda = 3,5\,\lambda + 0,37\,\lambda$$

$$\frac{\ell}{\lambda} = 0,37$$

z détermine le point S, ce qui donne : $\rho = 0,42$

$\varphi = 0,192$

On fait tourner O S vers la source, pour l'amener sur :

$$\varphi = 0,192 + 0,37 = 0,562 = 0,5 + 0,062$$

On obtient le point M qui donne : $r = 0,46$

$x = 0,33$

L'impédance au point 3,87 λ est donc :

$$Z = 0,46 \times 50 + j\, 0,33 \times 50 = \underline{23 + 16,5\, j}$$

Le taux d'ondes stationnaires θ correspondant à $\rho = 0,42$ est $\theta = 2,45$.

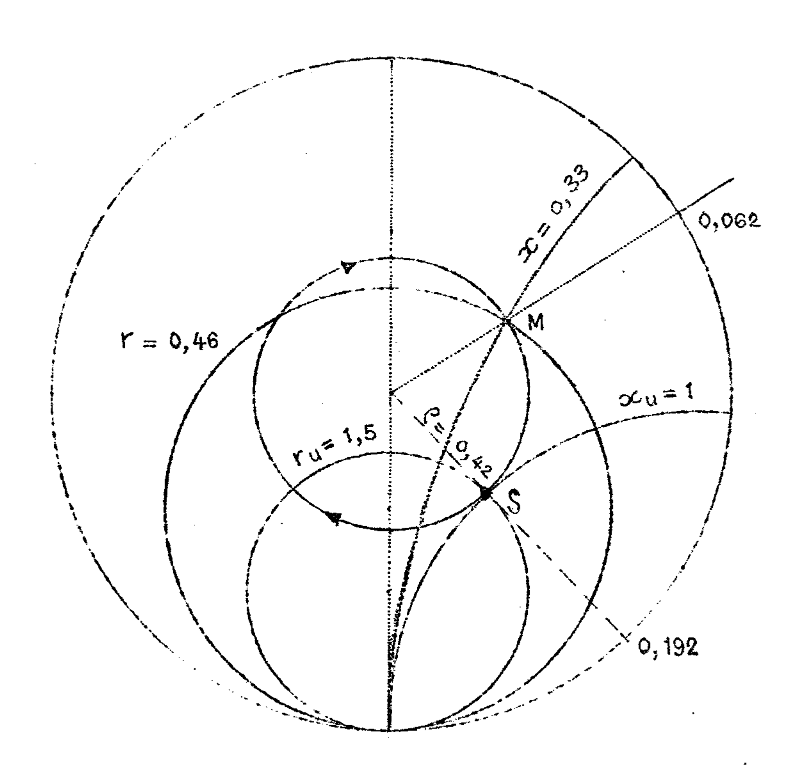


Fig. 120

2°) L'impédance caractéristique d'une ligne est de 100 ohms. Sa longueur est de 140° électriques. L'impédance de charge est

$$Z_u = 200 - j\, 150$$

Calculer l'impédance à l'entrée de la ligne.

Solution -

L'impédance réduite est $z_u = 2 - j\,1,5$

140° électriques correspondent à $\frac{\ell}{\lambda} = \frac{140}{360} = 0,39$

z_u détermine le point S, ce qui donne :

$\rho = 0,54$

$\varphi = 0,291$

On fait tourner O S vers la source pour l'amener sur

$\varphi = 0,291 + 0,39 = 0,681 = 0,5 + 0,181$

On obtient le point M qui donne :

$r = 1,2$

$x = 1,38$

L'impédance à l'entrée est donc :

$Z = 120 + 138\,j.$

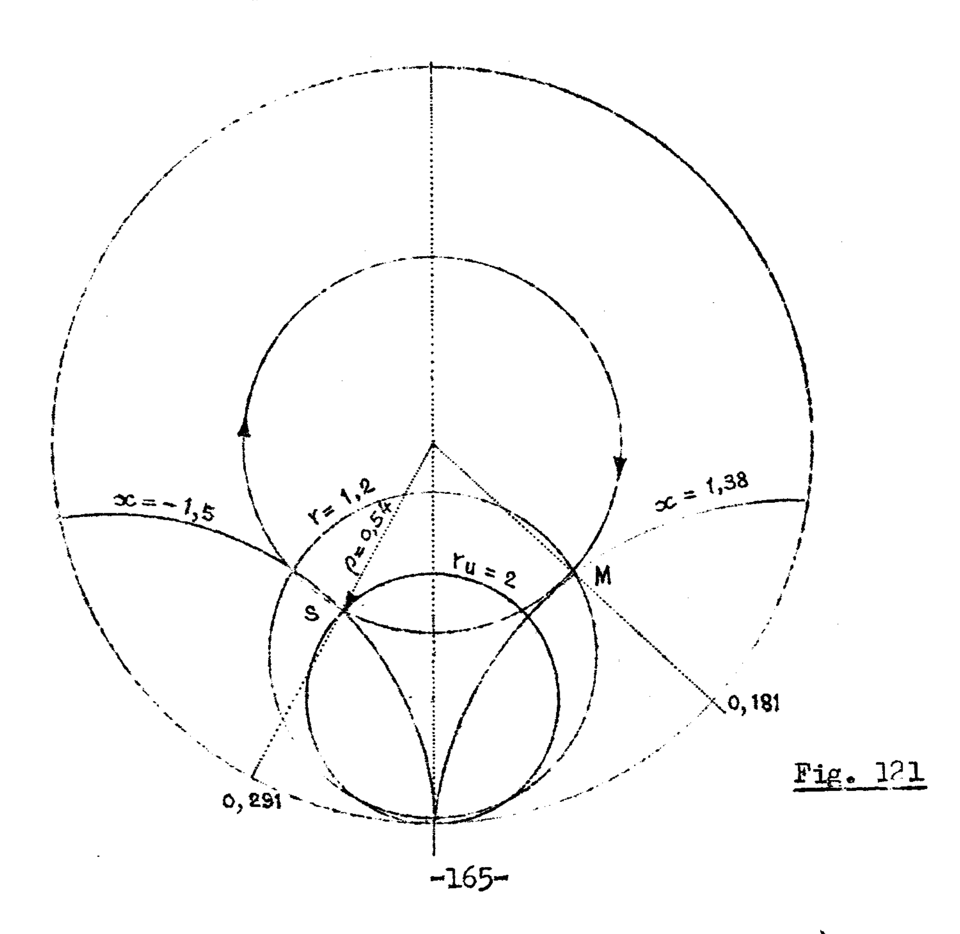


Fig. 121

3°) Etant donné une impédance réduite z = 1 + 2 j, trouver au moyen du diagramme l'admittance correspondante. L'impédance étant placée à l'extrémité de la ligne, trouver l'admittance au point de la ligne correspondant à 70° électriques à partir de l'extrémité.

Solution -

L'impédance z = 1 + 2 j est représentée par le point S; l'admittance y = g + j b est représentée par le point S' symétrique du point S par rapport au centre O.

On trouve : y = 0,2 - 0,395 j

70° électriques correspondent à $\frac{\ell}{\lambda} = \frac{70}{360} = 0,194$

Le point S déterminé par z donne :

$\rho = 0,72$ et $\varphi = 0,187$

On fait tourner O S vers la source pour l'amener à :

$\varphi = 0,187 + 0,194 = 0,381$

On obtient le point M qui donne :

r = 0,3

x = 0,875

Le point M' symétrique de M représente l'admittance y

g = 0,345

b = 1,02

d'où y = 0,345 + 1,02 j

Si Z_c est l'impédance caractéristique on a : $y = \frac{0,345}{Z_c} + \frac{1,02}{Z_c}\,\gamma$

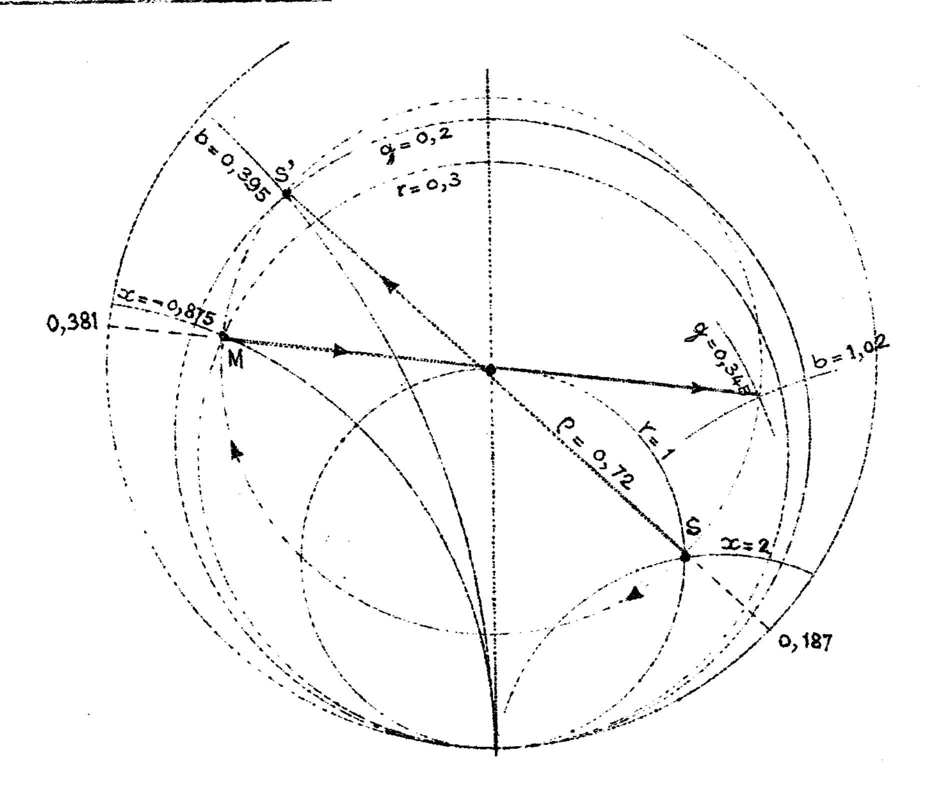


Fig. 122

4°) Une antenne est placée à l'extrémité d'une ligne d'impédance caractéristique R = 50 ohms. Le taux d'ondes stationnaires est de 1,45. Avec la charge la tension minimum est plus près de la source de 0,09 λ que lorsque la ligne est court-circuitée. Calculer l'impédance de l'antenne.

Solution -

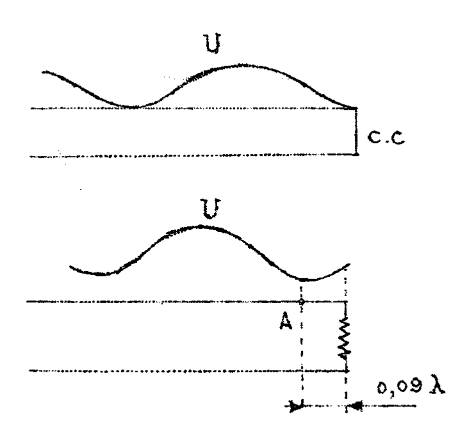


Fig. 123

Dans le cas de la ligne court-circuitée à son extrémité :

$R = 0$, $X = 0$, $\varphi = 0$,

$T_0 = 1$

$\rho = \infty$

Dans le cas de la ligne fermée sur l'impédance z_u de l'antenne on a :

$\rho = 1,45$ $T_0 = 0,19$

or $\frac{l}{\lambda} = 0,09$

Le point S correspondant à $\varphi = 0$, on se déplace vers la charge jusqu'à $\varphi = 0{,}09$, ce qui détermine le point M qui donne :

$r = 0{,}81$

$x = -0{,}29$

L'impédance de l'antenne est donc :

$$Z_u = 40{,}5 - 14{,}5\,j.$$

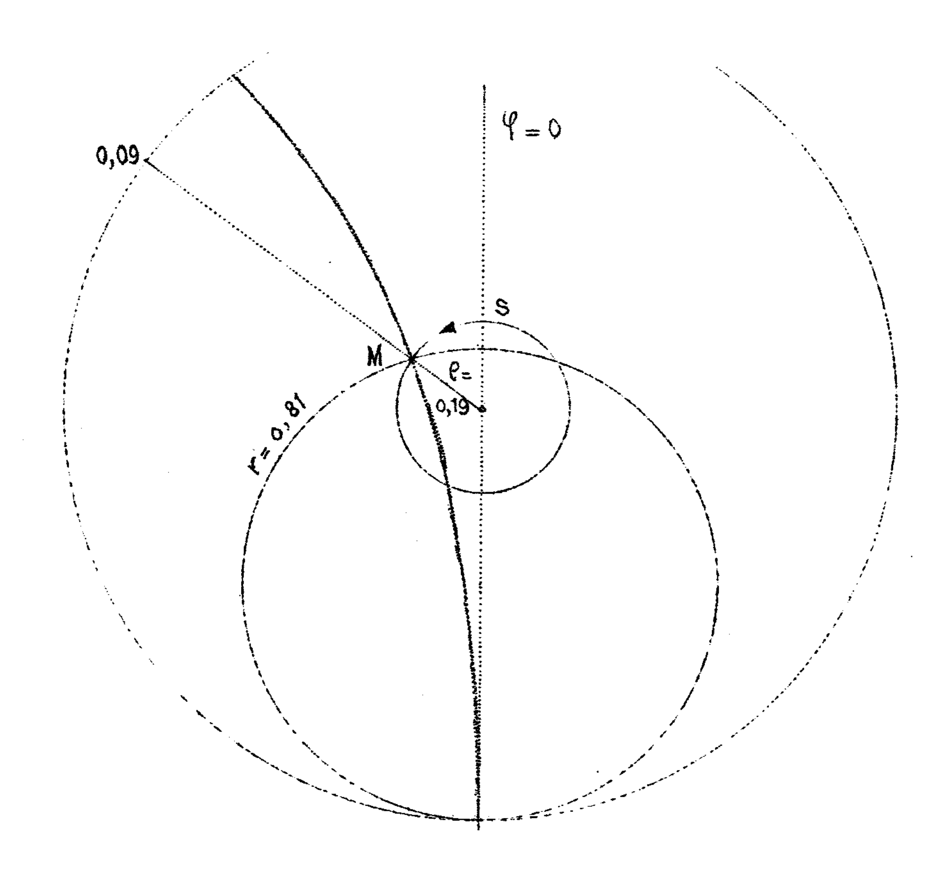


Fig. 124

7,8,3 Adaptation d'impédances.

Dans le cas général, le problème se posera de la manière suivante :

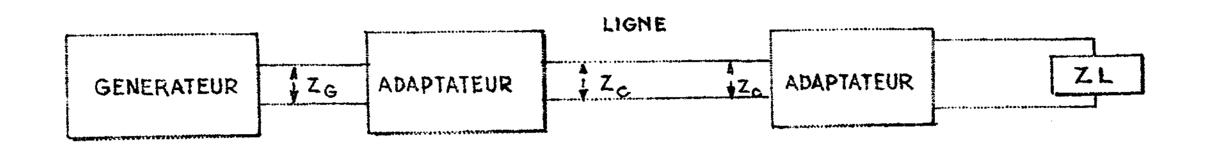


Fig. 125.

Un générateur (émetteur par exemple) est prévu pour être chargé par une certaine impédance Z_G, résistance pure dans le cas général. Ce générateur alimente une ligne dont l'impédance caractéristique est $Z_c \neq Z_G$.

Par exemple : $Z_c = 600\ \Omega$
$Z_G = 3.000\ \Omega$

Un premier système d'adaptation est à prévoir entre Z_G et Z_c. Le plus souvent, ce système est inclus dans le générateur. La seule condition à respecter alors est que l'impédance d'entrée de la ligne soit égale à Z_c.

Adaptation à une boucle -

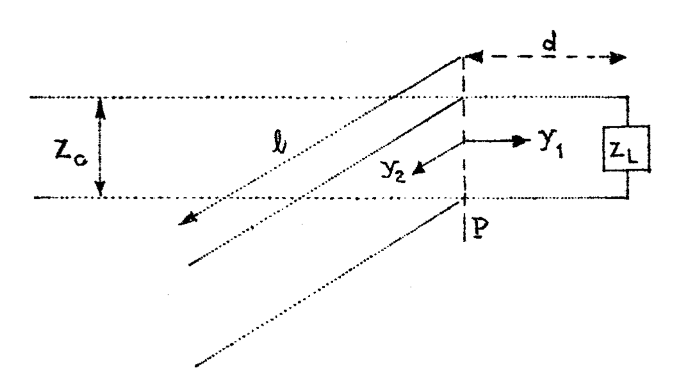


Fig. 126

La ligne est terminée par une impédance $\frac{Z_L}{Z_c} = a + j\,b$

A une distance d de l'extrémité on place une boucle court-circuitée de longueur l.

La ligne sera dite adaptée si dans le plan P, l'impédance est Z_C. Soient Y_1 et Y_2 les admittances réduites en P, dûes à la charge et à la boucle.

La condition d'adaptation est :

$$Y_1 + Y_2 = 1 \quad (\text{si } Z_\rho = Z_c \text{ , } \frac{Z_\rho}{Z_c} = 1 = \frac{Y_2}{Y_\rho})$$

Comme Y_2 est une réactance pure, on cherchera le plan P tel que $Y_1 = 1 + j\,b$.

Il suffira alors de choisir $Y_2 = -\,j\,b$ pour réaliser l'adaptation.

Entre le générateur et le plan P, on a un régime d'ondes progressives, entre 1 et la charge d'ondes pseudo-stationnaires, et sur la boucle d'ondes stationnaires.

Exemple :

Déterminer les conditions d'adaptation d'une ligne d'impédance caractéristique $Z_c = 200\ \Omega$ chargée par $Z_L = 73 + j\,42$

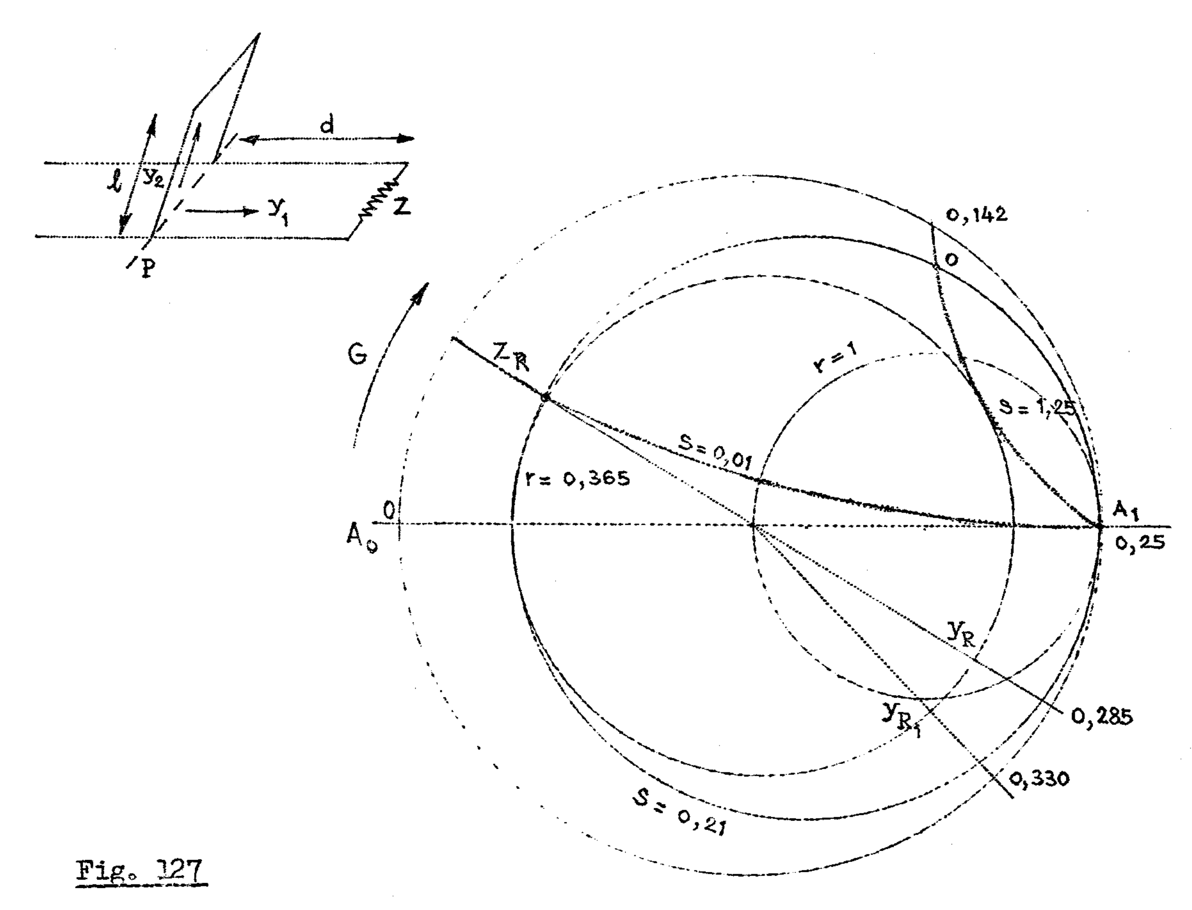


Fig. 127

Nous avons $Z_R = 0{,}365 + j\,0{,}21$, d'où les points images de Z_R et Y_R sur le diagramme.

Déplaçons-nous sur le cercle ρ de jusqu'à ce que nous rencontrions le cercle R = 1, ou Y_{R_1} .

En ce point, on lit :

$$Y_{R_1} = 1 - j\,1{,}25$$

La distance d dont on s'est déplacé sur la ligne est donnée aussitôt par :

$$\underline{d_1 = \lambda\,(0{,}330 - 0{,}285)}$$

La longueur de la boucle doit être telle que $Y_2 = j\,1{,}25$.
L'admittance d'un court-circuit est figurée par le point A
On se déplace sur le cercle R = 0, jusqu'au point S = 1,25.
On a tourné de $(0{,}25 + 0{,}142)\ \frac{\ell}{\lambda}$

La longueur de la boucle est $\underline{l_1 = 0{,}392\ \lambda}$

Il y a évidemment deux solutions : $\begin{cases} l_1\ ,\ d_1 \\ l_2\ ,\ d_2 \end{cases}$

On choisit de préférence celle correspondante à la valeur minima de d, de manière à avoir une onde progressive sur la plus grande longueur de ligne.

Remarque -

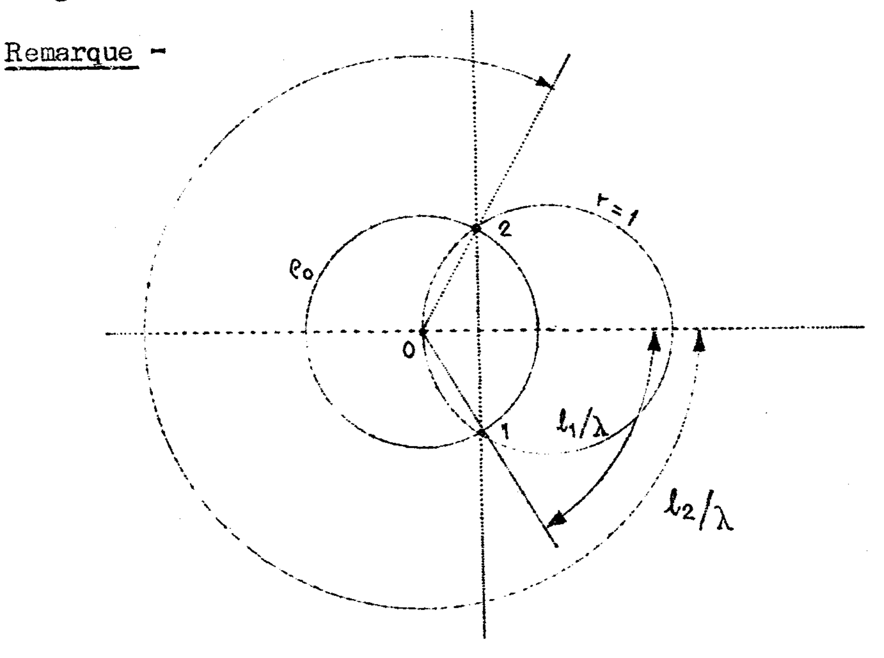


Fig. 128

Le graphique montre clairement que pour les deux solutions 1 et 2, les longueurs des boucles sont telles que :

$$\frac{\ell_1}{\lambda} + \frac{\ell_2}{\lambda} = 0,5$$

c'est-à-dire $\ell_1 + \ell_2 = 0,5$

Les longueurs des boucles sont symétriques par rapport à $\lambda/4$.

Adaptation à deux boucles -

Il n'est pas toujours possible de déplacer une boucle sur une ligne (cas des coaxiaux). On peut s'affranchir de cette condition à l'aide de deux boucles.

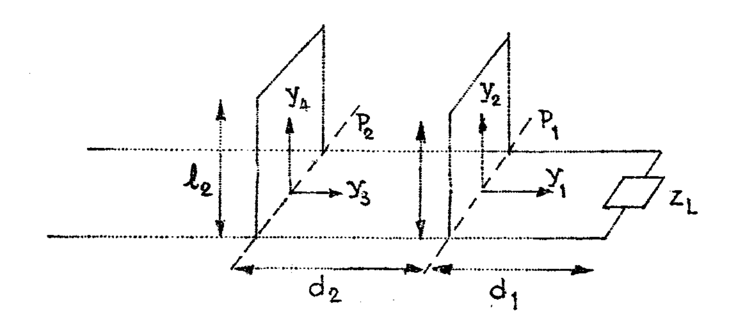


Fig. 129

Soient : Y_1 l'admittance dans P_1, due à Z_L
Y_2 " " , due à la boucle L_1
Y_3 " " P_2, (due à Y_{P_1})
Y_4 " " , due à la boucle L_2

La condition d'adaptation est toujours :

$$Y_{P_2} = Y_3 + Y_4 = 1 \qquad (1)$$

Posons : $Y_1 = a + j\,b$ (2) (connu)
$Y_2 = j\,s_1$ (3)
$Y_4 = j\,s_2$ (4)

La comparaison de (1) et (4) donne aussitôt : $Y_3 = 1 + j\,s_2$
Par ailleurs (2) et (3) donnent $Y_{P_1} = Y_1 + Y_2$
$= a + j\,(b + s_1)$

On en déduit que dans le plan P_1 , le lieu de Y_{P_1} est le cercle R = a, tandis que dans le plan P_2 , le lieu de Y_3 (due à Y_{P_1} déplacée de $\frac{d_2}{\lambda}$) est le cercle R = 1.

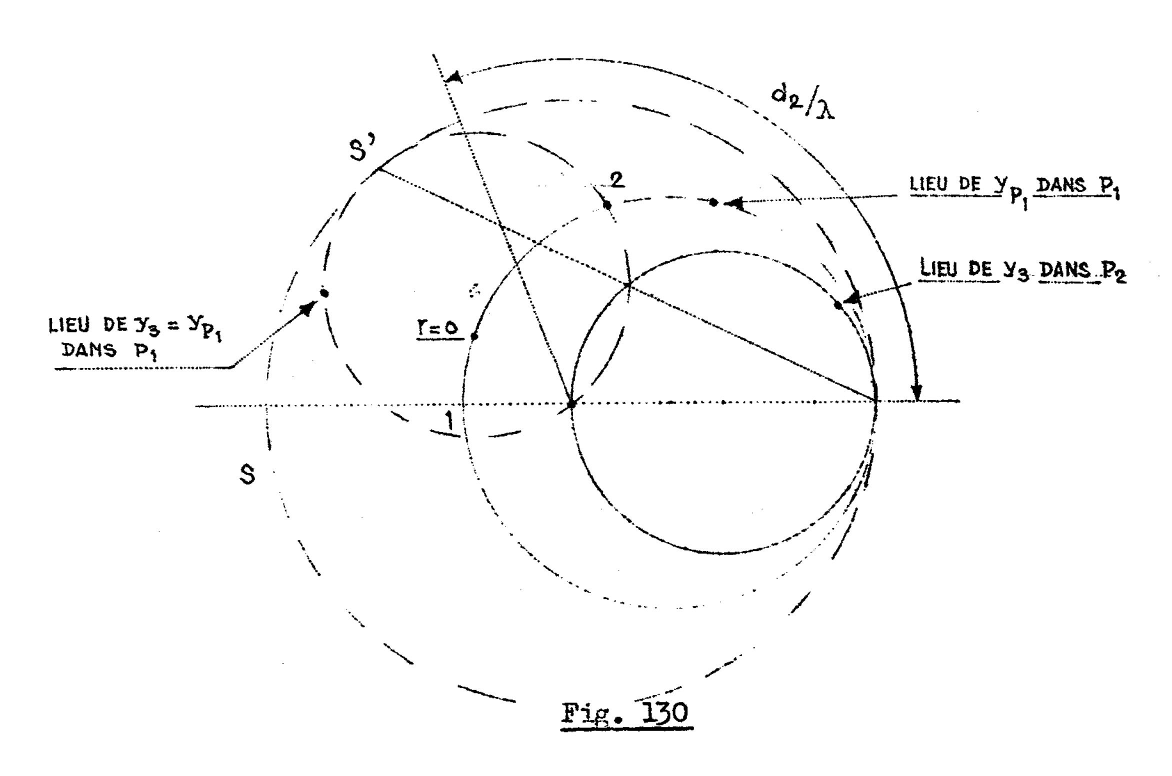


Fig. 130

Comme on passe de Y_3 à Y_{P_1} par une rotation de $\frac{d_2}{\lambda}$ vers la charge, un nouveau lieu de Y_{P_1} est le cercle, déduit du cercle r = 1 par une rotation de centre O, d'amplitude $\frac{d_2}{\lambda}$. Ce nouveau cercle coupe le cercle r = 0, en deux points 1 et 2, en général qui répondent à la question.

Choisissons la solution 1.

Le diagramme donne : $a + j s = Y_{P_1} = a + j (b + s_1)$

On en tire $s_1 = s - b$ ce qui donne la longueur de la première boucle.

La rotation inverse ramène le point (1) au (1') sur le cercle r = 1.
La valeur de réactance correspondante S', est la réactance s_2 de Y_3 .

La réactance de la boucle L_2 est donc : $\underline{- s'}|$ ce qui donne la longueur de la deuxième boucle.

Il est évident que les distances d_1 et d_2 doivent être telles que les cercles se coupent. La discussion de possibilité du problème ne sera pas faite ici.

Adaptation par transformateur quart d'onde -

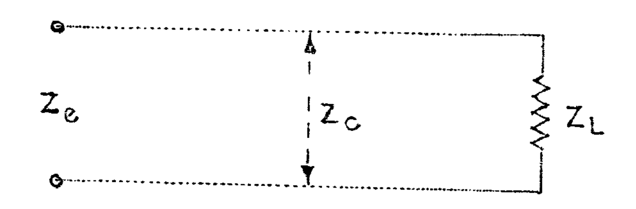


Fig. 131

Soit un tronçon de ligne, d'impédance caractéristique, Z_{C_1}.

Il est facile de voir que $Z_e\ Z_L = Z_c^2$

Si Z_L et Z_e sont des résistances pures, on peut réaliser ainsi une adaptation.

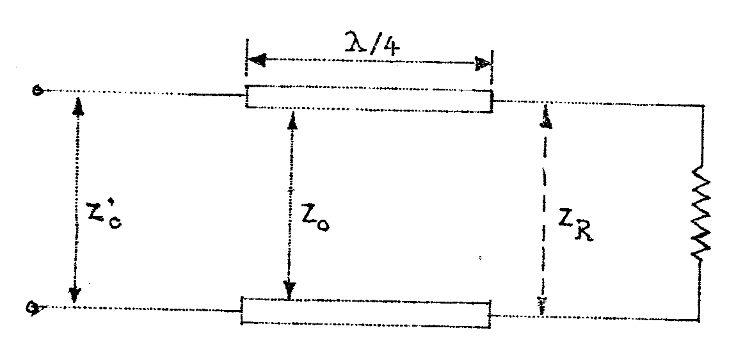


Fig. 132

Il faudra choisir une position sur la ligne où l'impédance à transformer soit précisément une résistance pure. De plus, l'impédance caractéristique Z'_c du tronçon $\frac{\lambda}{4}$ doit être telle que $Z_c\ Z_R = Z'^2_c$

Dans le cas de la ligne bifilaire, par exemple, le diamètre des brins $\frac{\lambda}{4}$ sera différent de celui des fils de ligne.

CHAPITRE VIII

CIRCUITS OUVERTS - ANTENNES

Les aériens sont des circuits ou lignes particulières destinées à rayonner l'énergie électromagnétique, ou à capter cette énergie . Il faut noter que les aériens d'émission et les collecteurs d'ondes fonctionnent d'une façon identique d'après un principe de réciprocité entre f.é.m et courants .

Le problème de rayonnement est extrêmement complexe . Pour l'étude théorique on est conduit à apporter certaines simplifications . Ce problème est en général décomposé de la façon suivante :

- Le rayonnement électromagnétique est étudié dans le cas théorique d'un aérien très petit dont la capacité répartie peut être localisée aux extrémités et dont l'alimentation se fait par le centre. Ce doublet est supposé être placé dans un milieu homogène et isotrope illimité, ou limité au demi-espace situé au-dessus d'une surface plane parfaitement conductrice .

- Le problème est étendu au cas d'aériens de dimensions normales .

- Il est ensuite tenu compte des caractéristiques de propagation réelles au-dessus de la terre, ce qui sera étudié au chapitre suivant .

8.1 RAYONNEMENT D'UN DOUBLET

8.11 Champ électromagnétique

Un doublet est un circuit ouvert symétrique de longueur l très petite . Il peut être assimilé à un circuit à constantes localisées et ainsi on peut représenter sa capacité répartie par deux petites plaques aux extrémités . Comme dans tout circuit à constantes localisées le courant a la même valeur tout le long

du circuit à un instant déterminé .

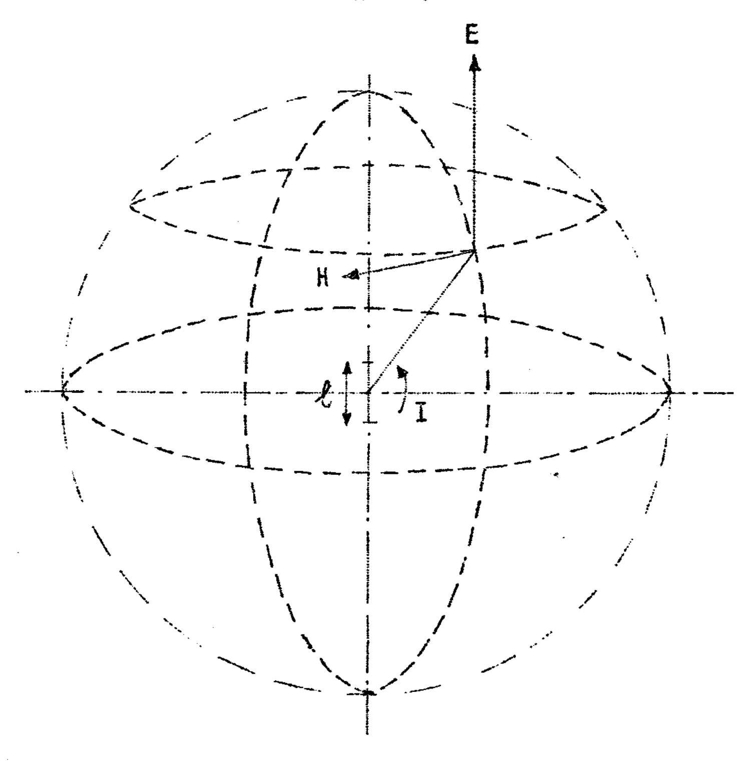


Fig. 133

Si un courant $i = I \sin \omega t$ traverse le doublet, il apparait sur les plaques terminales des charges :

$$q = \int i \, dt$$

soit:

$$q = -\frac{I}{\omega} \cos \omega t$$

Le doublet produit ainsi en différents points de l'espace des champs de forces électriques et magnétiques . Les champs électriques et magnétiques perpendiculaires sont deux manifestations d'un même phénomène . Ils dépendent l'un de l'autre et sont en phase . Leur expression comporte un terme qui s'affaiblit suivant l'inverse du carré de la distance et n'est décelable qu'à proximité du doublet et un terme s'affaiblissant suivant l'inverse de la distance définissant le rayonnement électromagnétique .

Ce champ se propage à la vitesse : $V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon . \mu}}$

ε étant la constante diélectrique et μ la perméabilité du milieu ou se fait la propagation .

avec $\varepsilon_o = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ on a dans le vide :

$V = 3.10^8$ m/s $= C$ vitesse de la lumière

et $\mu_o = 4\pi\, 10^{-7}$

On peut définir la longueur d'onde par la distance parcourur pendant une période soit : $\lambda = VT$

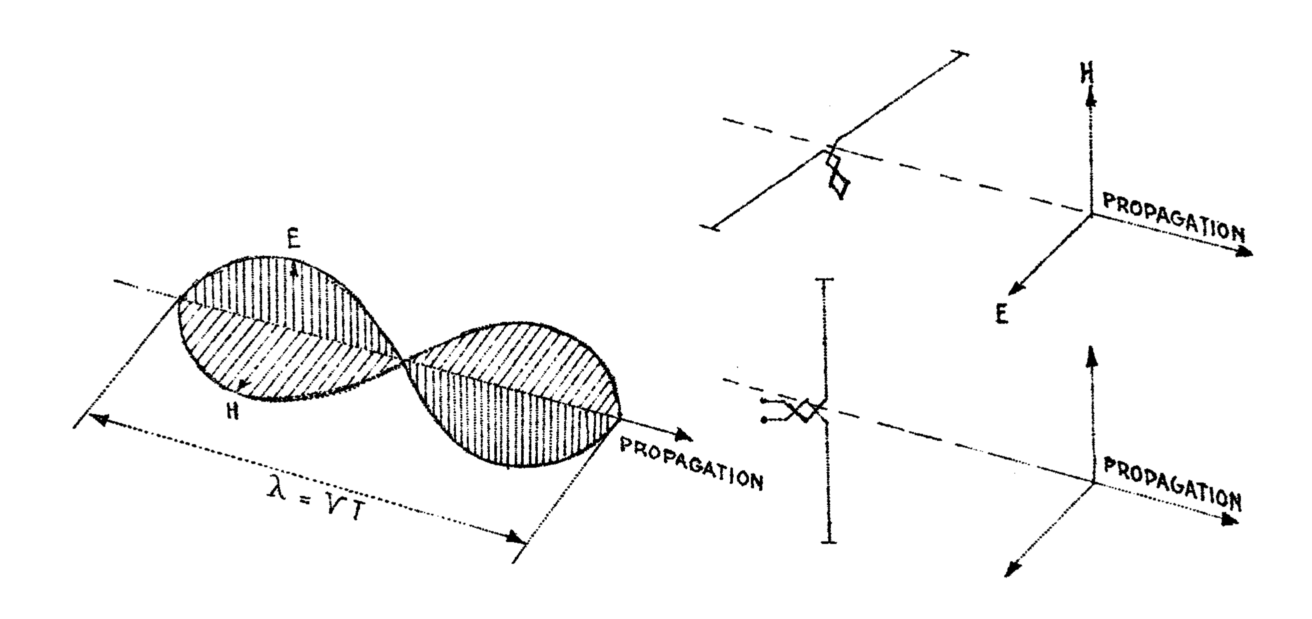


Fig. 134 Fig.135

La polarisation peut être horizontale ou verticale .

Il faut remarquer que le vecteur champ électrique est orienté comme le doublet . La fig.134 montre l'orientation des champs électrique et magnétique dans le plan horizontal dans le cas d'un doublet horizontal et d'un doublet vertical .

En raison de la propagation de proche en proche, le rayonnement sur le plan équatorial se répartit sur des cercles de plus en plus grands et pour une petite surface prise sur ce plan, diminue ainsi proportionnellement à la distance .

Les champs sont à grande distance, sur le plan équatorial:

$$E = 30 \cdot \frac{2\pi I \ell}{\lambda D} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi D}{\lambda}\right) \quad \text{volts par mètre}$$

$$E = 10^{-3} \frac{2\pi I \ell}{\lambda D} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi D}{\lambda}\right) \quad \text{Oersteds .}$$

D étant la distance du point considéré au doublet exprimée en mètre
ℓ la demi hauteur du doublet exprimée également en mètres
I l'amplitude du courant dans le doublet (en ampères)
$\frac{2\pi D}{\lambda}$ représente l'angle équivalent au retard de propagation .

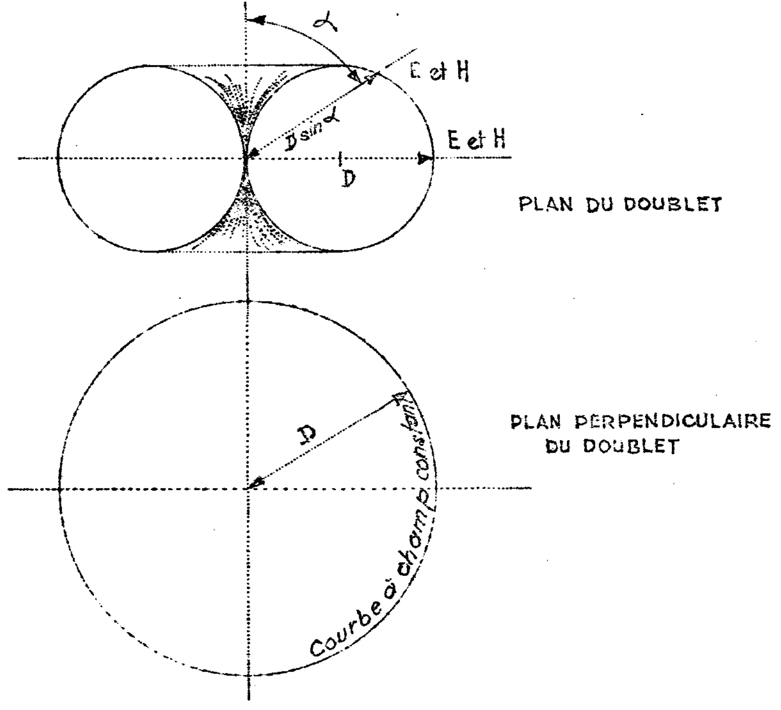


Fig. 336

On tire des deux équations précédentes la relation

$$E \text{ (volts mètre)} = 30000 \text{ H (Oersteds)}$$

En général, on définit le champ uniquement par la composante électrique exprimée en millivolts ou en micro-volts par mètre. (mv/m ou μ V/m)

Sur un plan perpendiculaire au doublet le champ est le même à distance constante dans toutes les directions, le diagramme directionnel est donc un cercle (Fig. 336) .

Par contre dans le plan du doublet; le champ est maximum au croisement avec le plan équatorial . Pour une direction inclinée

d'un angle α avec l'axe du doublet , le champ est le même que sur le plan équatorial avec une distance inférieure D sin α . Le lieu des points à champ constant est dans le plan vertical, deux cercles tangents sur l'axe du doublet, soit dans l'espace un tore de révolution fermé .

Le champ est ainsi nul sur l'axe du doublet .

Les lignes de force du champ magnétique sont des cercles concentriques qui se propagent comme des ondes liquides à la surface d'un bassin . Le sens des lignes de forces magnétiques s'inverse toutes les demi-longueur d'onde .

Les lignes de forces électriques se ferment sur le doublet à faible distance, à grande distance devant les dimensions du doublet, elles se ferment sur elles-mêmes . Le champ électrique s'inverse en même temps que le champ magnétique .

La figure 137 représente les lignes de forces électriques et magnétiques dans un demi-plan vertical et un demi-plan horizontal, le doublet étant supposé vertical .

La variation d'amplitude fonction de $\frac{1}{D}$ est assez sensible à proximité du doublet mais relativement moins importante aux grandes distances car les plans d'onde pour une petite surface sont sensiblement parallèles .

8.12 Puissance rayonnée par un doublet

La puissance moyenne rayonnée par un doublet de hauteur ℓ est d'après la théorie de Poynting :

$$P = \frac{80\,\pi^2\,\ell^2\,I^2_{eff}}{\lambda^2} \text{ watts}$$

I eff étant l'intensité efficace dans le doublet en ampères ℓ et λ exprimées dans la même unité (généralement le mètre) .

Ainsi a intensité constante, la puissance rayonnée varie en raison inverse du carré de λ ; elle est proportionnelle au carré de la fréquence, ce qui montre l'intérêt des très hautes fréquences .

La puissance rayonnée est la même que celle dissipée dans une résistance de valeur $R_r = 80\,\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$ et qui serait traversée par le même courant .

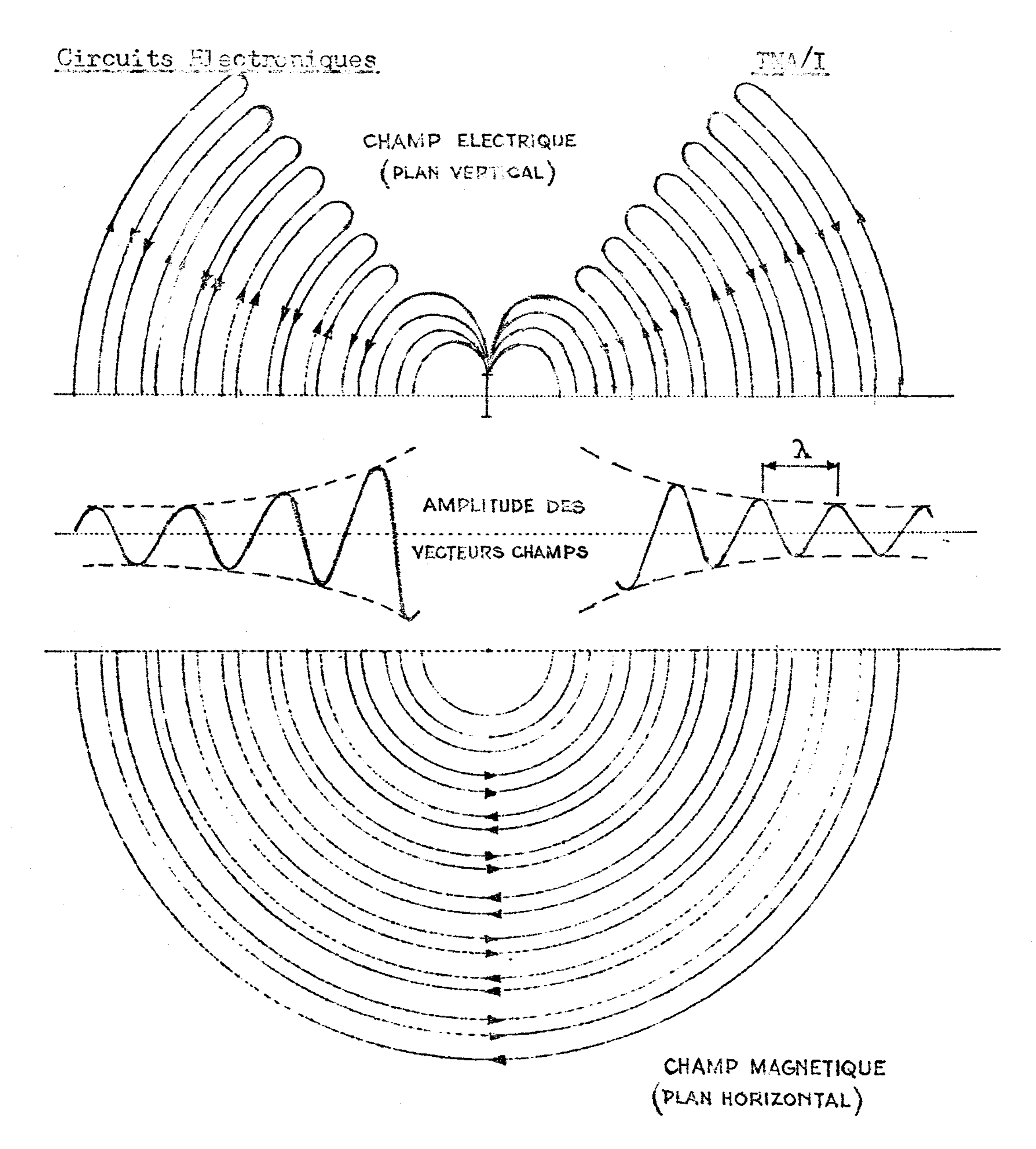


Fig. 137

Rr appelée résistance de rayonnement est très utile pour apprécier les qualités rayonnantes d'un aérien .

8.13 Principe des images

Nous avons supposé jusqu'à présent que le doublet était placé dans un espace infini . Etudions maintenant l'influence d'un plan parfaitement conducteur à proximité d'un doublet . Soit un doublet D incliné placé au-dessus d'une surface plane conductrice horizontale .

En un point A de l'espace le champ électrique est dû au rayonnement direct et a un rayonnement indirect par réflexion en un point P de la surface conductrice .

Le doublet produit en P un champ électrique E pouvant être décomposé en deux composantes E_h et E_v . La composante horizontale E_h provoque dans la surface conductrice un courant en opposition de phase avec E_h qui produit à son tour un rayonnement réfléchi en opposition de phase avec le champ incident horizontal .

Le champ au point A est la somme géométrique des champs dûs au rayonnement direct et au rayonnement réfléchi . Tout se passe comme si le rayonnement réfléchi provenait d'un doublet virtuel symétrique du doublet réel par rapport à la surface conductrice et traversé par un courant de sens inverse (Fig. 138) .

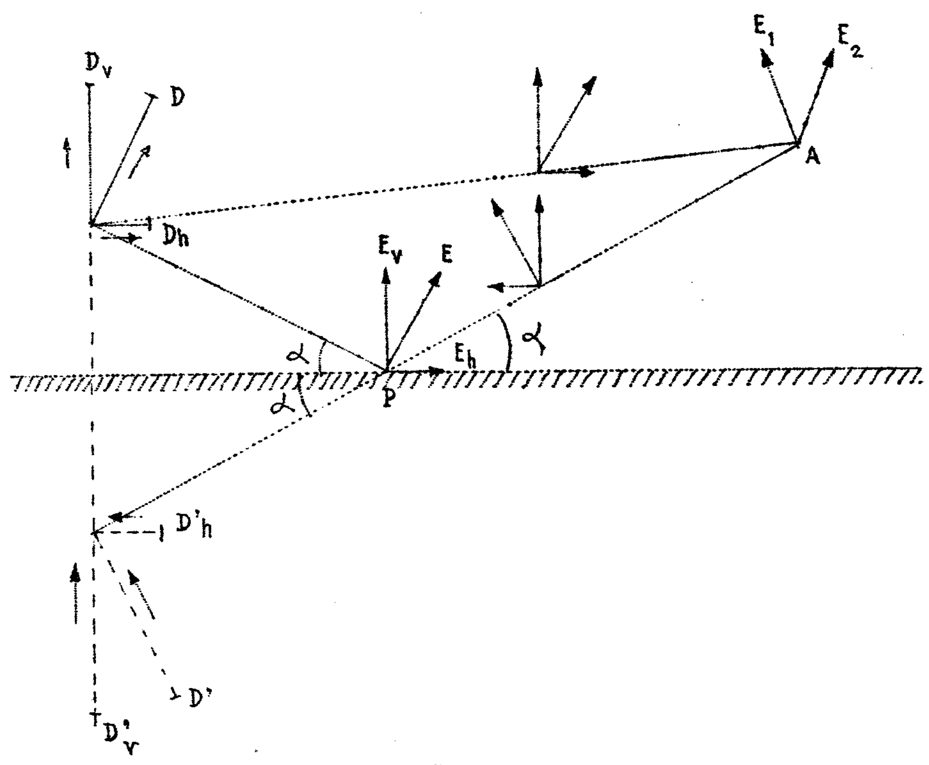


Fig. 138

Plaçons maintenant un doublet de hauteur l perpendiculairement à la surface conductrice . (fig. 139)

Le doublet donne une image virtuelle qui le prolonge et pour le demi-espace au-dessus du plan équatorial le champ électromagnétique est le double que pour un doublet de même longueur dans l'espace illimité .

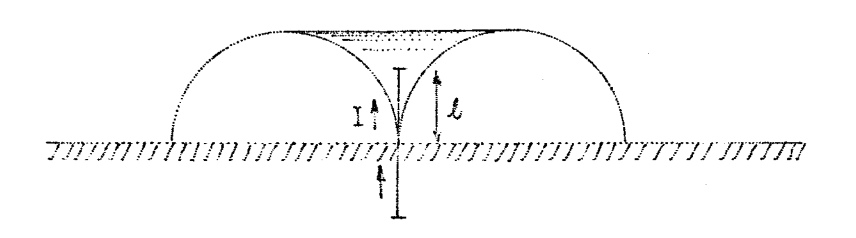


Fig. 139

La puissance rayonnée est par conséquent :

$$P = 160 \pi^2 \left(\frac{\ell \, I_{eff}}{\lambda} \right)^2$$

et la résistance de rayonnement devient :

$$R_r = 160 \pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda} \right)^2$$

8.2 ANTENNES EN REGIME STATIONNAIRE

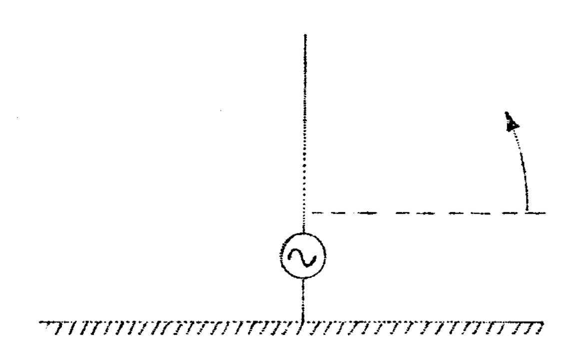


Fig. 140

Il est possible de passer d'une ligne à une antenne en plaçant un des conducteurs à la terre et en redressanr l'autre perpendiculairement . Dans certaines limites on peut appliquer les

résultats obtenus dans l'étude des lignes .

Lorsque la longueur de l'aérien est petite, on peut dire que pour les éléments linéiques .

$$LC = cte$$

En effet si au sommet la capacité linéique est plus faible qu'à la base, la self linéique est par contre plus élevée .

Lorsque l'aérien a de grandes dimensions, il se produit des fermetures de lignes de forces le long de la ligne ce qui modifie profondément le fonctionnement .



Fig. 141

En écartant symétriquement les deux conducteurs d'une ligne, on obtient une antenne symétrique appelée dipôle (Fig.141)

8.21 Régimes de fonctionnement

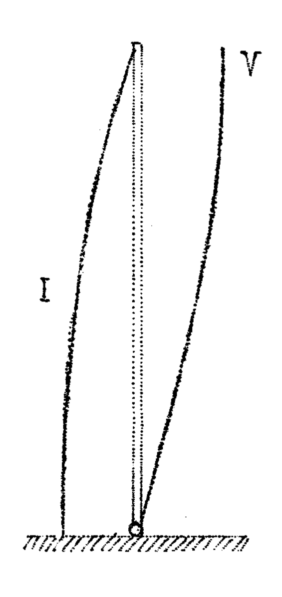
Les antennes peuvent fonctionner à la résonnance ou l'antirésonance .

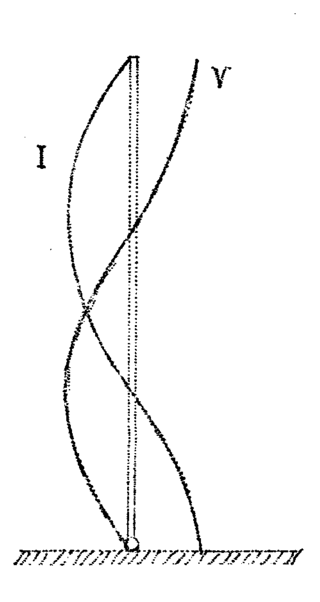
1°) Fonctionnement à la résonance .

Si l'on place un ampéremètre à la base d'une antenne et si l'on fait varier la fréquence d'alimentation, on constate que le courant passe par un maximum lorsque la longueur de l'antenne est égale à $\lambda/4$ l'antenne résonne alors sur sa fondamentale . Si l'on augmente la fréquence on obtient d'autres résonances à $3\lambda/4$ à $5\lambda/4$ c'est-à-dire lorsque la longueur d'antenne comporte un nombre impair de 1/4 de longueur d'onde ; l'antenne résonne sur harmonique . L'antenne est le siège d'un régime stationnaire comme dans les lignes quart d'onde .

Les régions stationnaires sur une antenne dissymétrique sont représentés sur la figure 142 .

Le fonctionnement en quart d'onde est le plus utilisé .





Antenne 1/4 d'onde

Antenne 3/4 d'onde

Fig. 142

Le fonctionnement sur harmoniques n'est utilisé que pour bééficier de certains effets directionnels .

Dans le cas d'une antenne symétrique la résonance sur fondamentale donne Deux 1/4 d'onde, c'est-à-dire une demi onde .

Le régime stationnaire est représenté par la figure 143 .

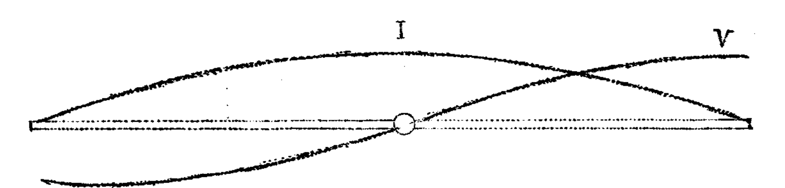
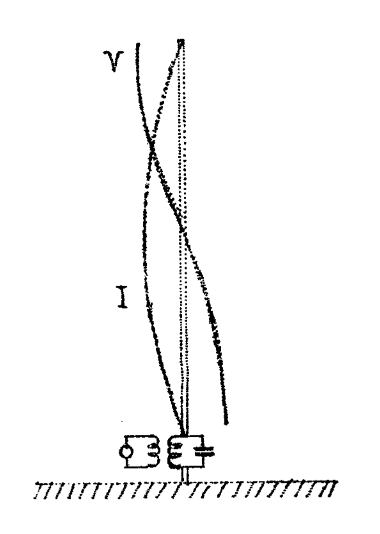


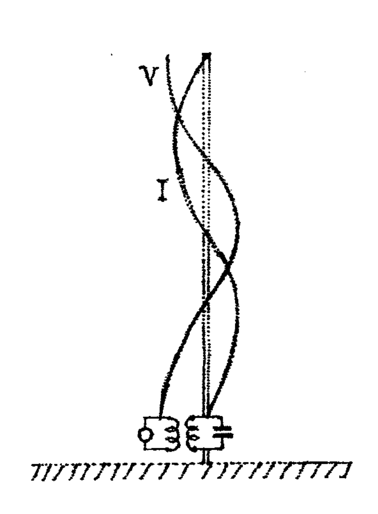
Fig.143

On peut noter que le sens du courant est le même tout le long de l'antenne mais que les charges prises par les deux brins sont de signe inverse .

REMARQUE : Il y a toujours un ventre de courant à l'entrée de l'antenne et un ventre de tension à l'extrémité .

2°) Fonctionnement à l'anti résonance .





Antenne demi-onde Antenne entière

Fig.144

Si une antenne dissymétrique a une longueur égale à 1/2 longueur d'onde ou un nombre entier de demi longueur d'onde, il y a anti résonance et la tension est maximum aux deux extrémités .

Dans ce cas il faut alimenter l'antenne en tension . La figure 144 montre les régimes stationnaires sur une antenne en demi-onde, utilisés par exemple dans les antennes pilônes de radio-diffusion et une antenne à onde entière à effet directif .

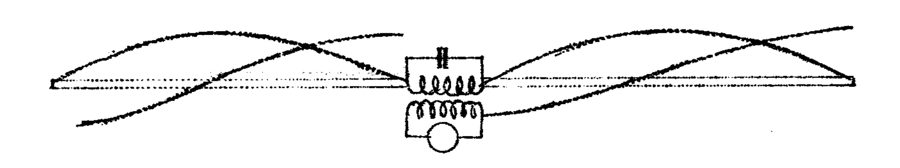


Fig.145

Lorsque l'antenne est symétrique elle oscille en fondamentale sur 2 demi-ondes (Fig.145) .

Le courant a le même sens sur les 2 brins, les potentiels à l'entrée sont de signes contraires .

REMARQUE : En mesurant les composantes X et R de l'impédance d'en-

trée d'une antenne en fonction de la fréquence et en les portant sur un graphique comme le montre la figure 146 on obtient une courbe en spirale avec des valeurs croissantes de f .

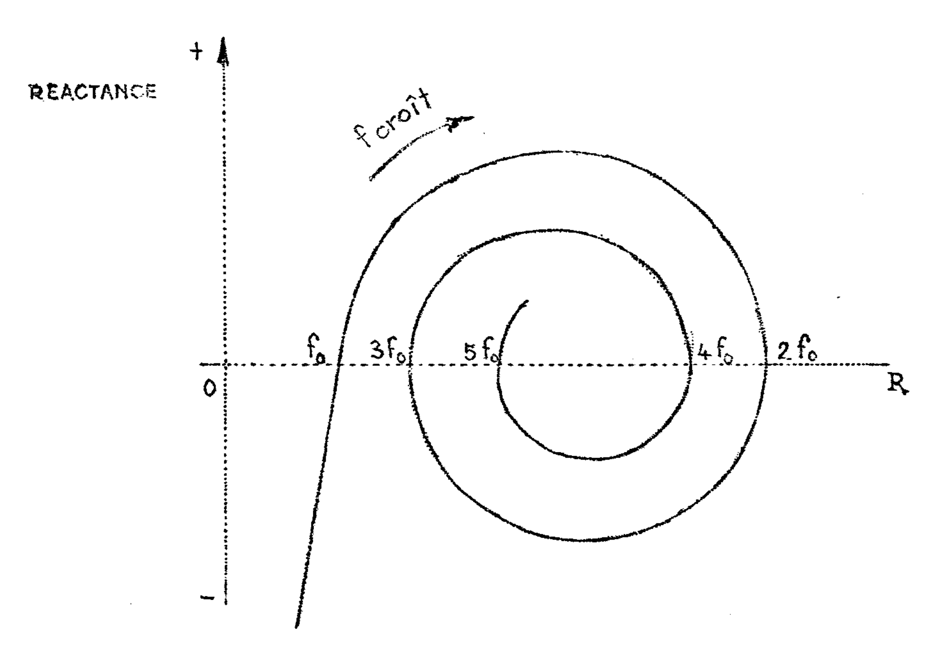


Fig.146

La réactance s'annule pour des fréquences f_o , $3f_o$, $5f_o$ (fonctionnement en 1/4 d'onde et harmoniques) et pour des fréquences $2\ f_o$.

$2\ f_o$, $4\ f_o$ (fonctionnement en 1/2 onde et harmoniques).

Pour des fréquences intermédiaires la réactance est soit inductive soit capacitive .

8.22 Circuit équivalent à une antenne

Un circuit oscillant ouvert peut être remplacé par un circuit équivalent produisant le même effet vis-à-vis du générateur et pour lequel on peut appliquer les formules de résonance établies dans le cas des circuits en oscillation forcée .

Cette méthode simplifie considérablement les problèmes pratiques et donne en outre les moyens de modifier la longueur d'onde propre d'une antenne .

Soit L_e et C_e les éléments réactifs du circuit équivalent.

Si l'antenne est la résonance, c'est-à-dire oscille en 1/4 3/4 ou 5/4 d'onde, la réactance de l'antenne est nulle et l'on peut appliquer la formule de Thomson .

$$T = 2\pi \sqrt{L_e C_e}$$

la longueur d'onde propre de l'antenne est :

$$\lambda = VT = \sqrt{L_e C_e}$$

En ajoutant une self ou une capacité, il est possible d'accorder l'antenne sur une longueur d'onde différente de sa longueur d'onde propre . Nous allons considérer 3 cas :

1) Action d'une self à la base .

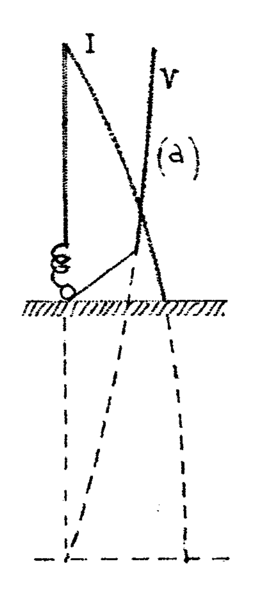
Si l'on place une self à la base d'une antenne, la longueur d'onde devient :

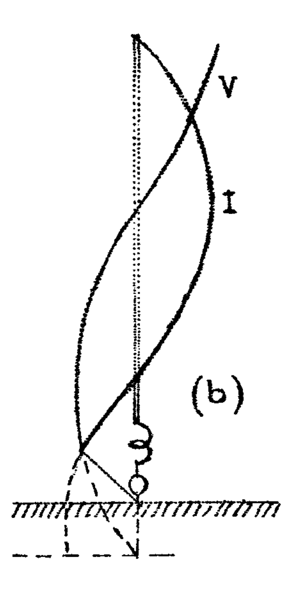
$$\lambda' = 2\pi V \sqrt{(L_e + L) C_e}$$

on a donc : $\lambda' > \lambda$

tout se passe comme si l'antenne avait été allongée, ce qui permet de l'accorder à la résonance sur une fréquence inférieure à sa fréquence propre .

Ce moyen est utilisé en ondes relativement longues pour lesquelles même une antenne 1/4 d'onde serait trop importante . L'antenne fonctionne généralement en $\lambda/8$ (Fig. 147 a)





Antenne $\lambda/8$ Fig. 147 Antenne 2/3 onde

On utilise quelquefois des antennes en 2/3 d'onde présentant certains avantages de propagation .

On peut obtenir ce mode de fonctionnement dans le cas présent en accordant l'antenne à la résonance en 3/4 d'onde par la self.

Un choix convenable de la self et de la longueur de l'antenne donne un régime stationnaire à 2/3 d'onde (Fig. 147 B)

Dans le cas d'une antenne symétrique on obtiendrait une correction semblable avec deux selfs à la base des deux brins . (Fig. 148) .

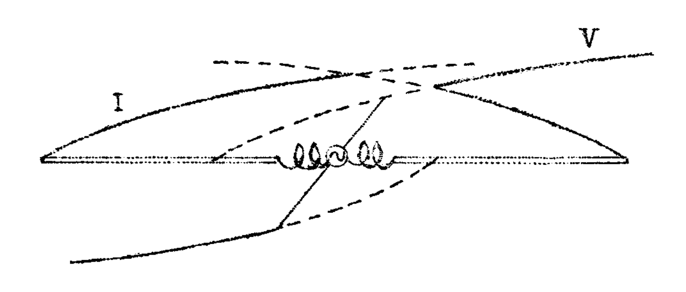
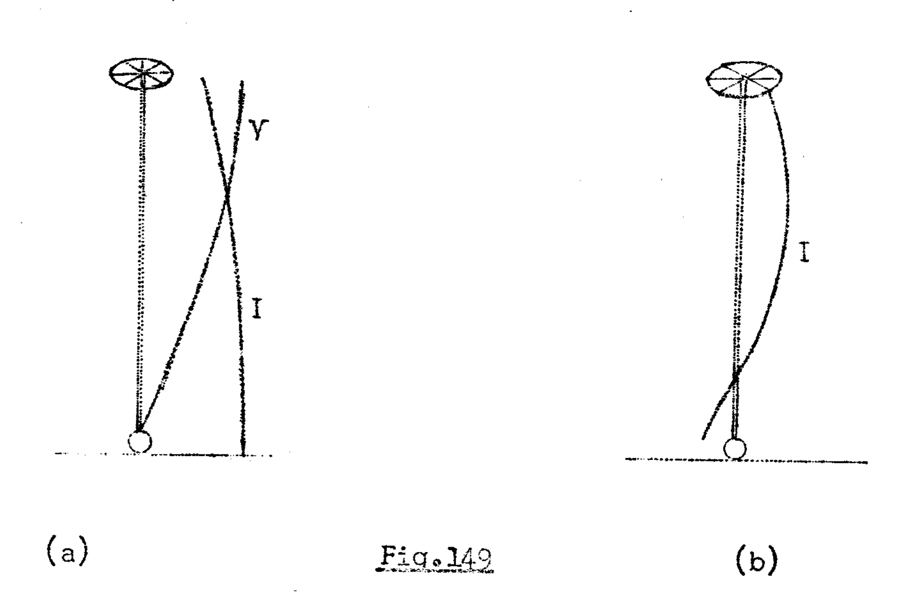


Fig. 148

2) Action d'une capacité au sommet :



(a) Fig.149 (b)

Si l'on place une nappe de fils au sommet on augmente la capacité propre de l'antenne de la capacité c de la nappe par rapport au sol, la longueur d'onde $\lambda' = 2\pi v \sqrt{L_e + (C_e + C)}$ est supérieure à λ, on obtient donc les mêmes résultats qu'avec une self à la base mais la courbe du courant est tronquée au sommet du fait de l'accumulation des charges dans la nappe (Fig. 149 a)

Dans certaines antennes de radiodiffusion fonctionnant à l'antirésonance 1/2 onde, on surélève le noeud à la base par une capacité au sommet, on obtient approximativement la même répartition de courant que dans le cas de l'antenne 2/3 d'onde (Fig. 149 b)

Pour les antennes grandes ondes la capacité terminale est réalisée par une nappe de fils parallèles (Fig. 150)

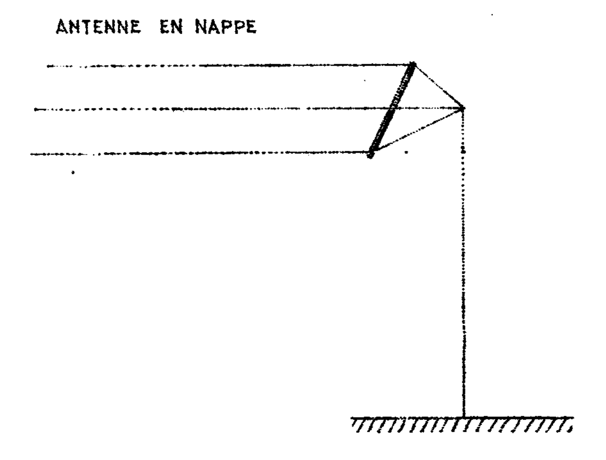


Fig. 150

3) Action d'une capacité à la base .

L'introduction d'une capacité C à la base de l'antenne diminue la capacité de l'antenne puisque C est en série avec C_e .

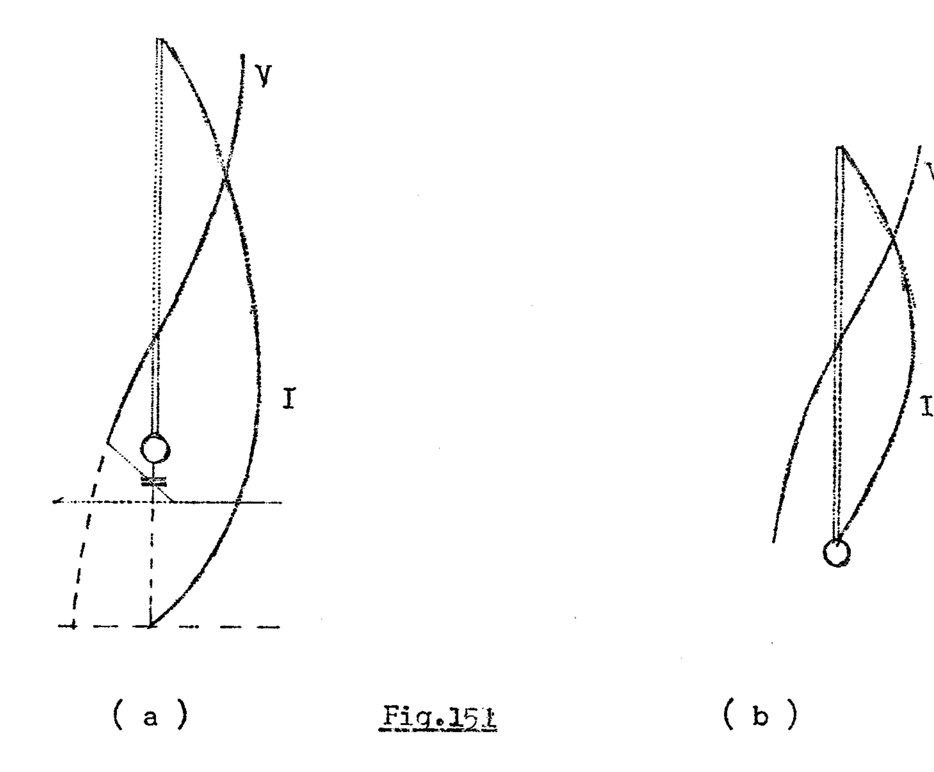
La longueur d'onde de l'antenne

$$\lambda' = 2\pi v \sqrt{L_e \frac{C_e C}{C_e + C}}$$

est plus petite que la longueur d'onde propre λ .

La longueur peut donc être accordée à une fréquence supérieure à sa fréquence propre . La capacité C élève le ventre de courant (Fig. 151 a) . A la limite lorsque c = 0 l'antenne oscille

en demi-onde puisque le générateur est isolé (Fig.151 b)



(a) Fig.151 (b)

8.23 Rayonnement des antennes

L'étude du rayonnement des aériens d'émission découle de celle du doublet théorique , mais il y a lieu de tenir compte de la répartition irrégulière du courant le long de l'antenne .

8.231 Hauteur effective .

Il est commode d'assimiler une antenne à un doublet qui produirait le même rayonnement .

Soit une antenne symétrique vibrant en deux quarts d'onde donc de longueur $2\ H = \frac{\lambda}{2}$

Si l'amplitude du courant à la base est I, on obtient le même rayonnement avec un doublet de hauteur he inférieure à $\frac{\lambda}{2}$ traversé par un courant I .

Pour cela il faut que les surfaces comprises entre les courbes de courant et l'axe soient les mêmes dans les deux cas.

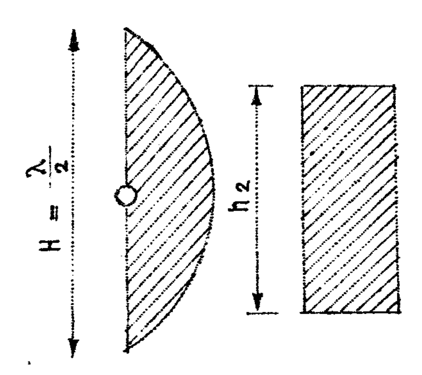


Fig.152

C'est-à-dire :

$$H \times \frac{2 I_{max}}{\pi} = h_e I_{max}.$$

Il faut donc prendre pour le calcul du champ électromagnétique une hauteur effective .

$$h_e = \frac{2H}{\pi}$$

soit : $h_2 = 0,636 H$

Cette relation est applicable dans le cas des antennes quart d'onde mises à la terre .

Dans le cas des antennes quart d'onde avec forte self à la base, le courant diminue a peu près linéairement de la base au sommet , la hauteur effective

$$h_e \# \frac{H}{2}$$

(Fig. 153 a)

Dans les antennes quart d'onde avec capacité au sommet le courant est a peu près constant le long du conducteur vertical le courant dans la nappe n'intervint pas au point de vue rayonnement car il est neutralisé par l'effet de l'antenne image qui

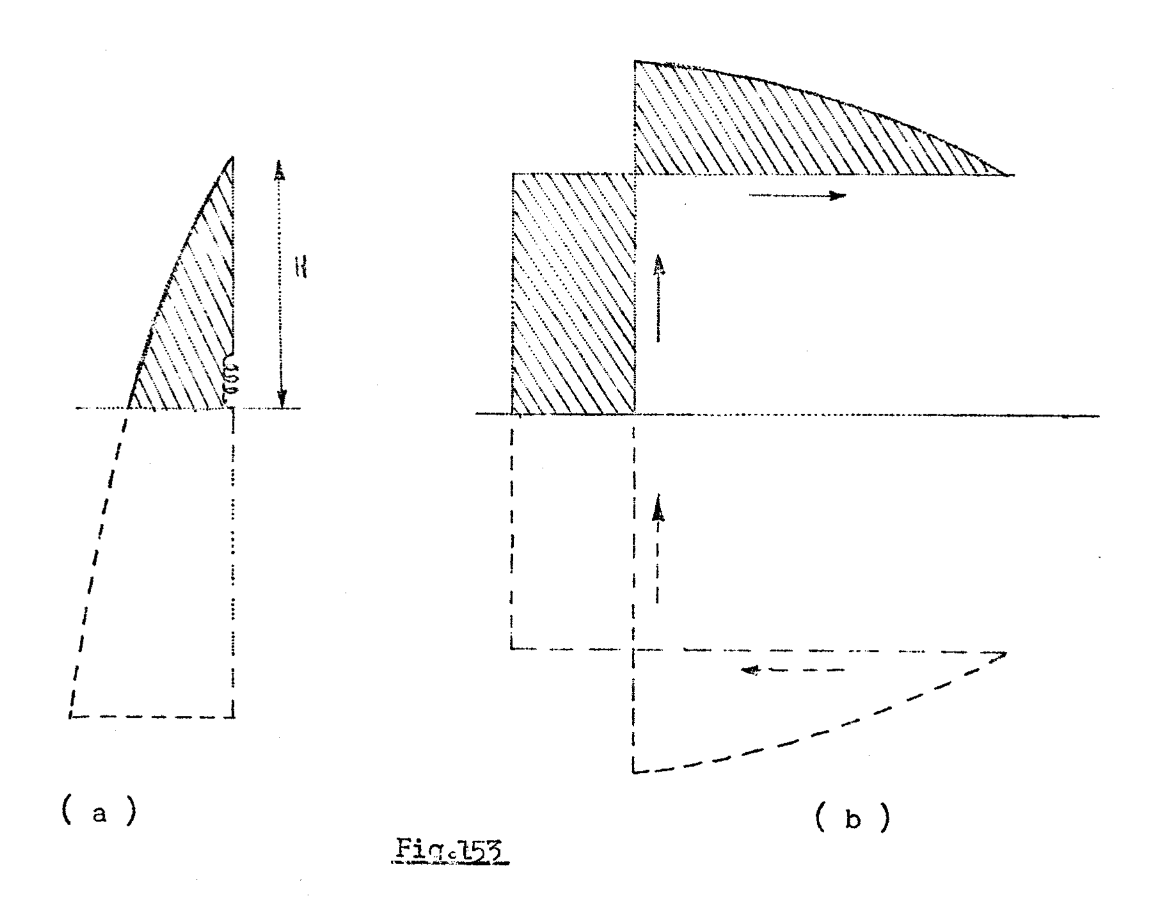


Fig.153

serait traversée par un courant opposé . La hauteur effective est alors très peu différente de la hauteur de la nappe (Fig. 151 b) .

REMARQUES :

1) La longueur réelle des antennes accordées doit être environ 5% plus faible que la longueur théorique afin de tenir compte de la répartition irrégulière de la self et de la capacité. Il existe en particulier une capacité terminale qui allonge apparemment l'antenne .

2) Le calcul donne souvent des valeurs de hauteur effective imprécises, celles-ci sont plus exactement déterminées par une mesure de champ .

8.232 Champ électromagnétique .

Aux distances moyennes, on peut calculer le champ électromagnétique par des formules pratiques suivantes qui découlent des formules données précédemment :

$$E = \frac{120 \pi h_2 I_{eff}}{\lambda D}$$ micro volts par mètre

$$H = \frac{E \mu V/m}{3 \times 10^{10}}$$ oersted

h étant la hauteur effective en mètres
I eff l'intensité efficace à un ventre de courant
λ et D la longueur d'onde et la distance exprimée en km .

Aux très grandes distances ces formules ne sont plus applicables en raison des perturbations de propagation .

3) Puissance rayonnée :

La puissance rayonnée par une antenne symétrique est :

$$P = 80 \pi^2 \left(\frac{h_e}{\lambda}\right) I_{eff}^2$$

Dans le cas d'une antenne dissymétrique mise à la terre elle devient

$$P = 160 \pi^2 \left(\frac{h_2}{\lambda}\right)^2 I_{eff}^2$$

Le champ à une distance D peut être calculé à partir de la puissance rayonnée .

Considérons le cas d'une antenne dissymétrique . De l'équation précédente on tire :

$$\frac{h_2 I_{eff}}{\lambda} = \frac{\sqrt{P}}{\pi \sqrt{160}}$$

soit en prenant h en mètre ,λen km et P et kw

$$\frac{h_2 I_{eff}}{\lambda} = \frac{10^4 \sqrt{P}}{4 \pi}$$

En reportant cette expression dans la formule du champ électrique on a :

$$E = \frac{3 \times 10^5 \sqrt{P}}{D}$$ en micro volts/mètre

4) Résistance de rayonnement .

Dans le cas d'une antenne dissymétrique la résistance de rayonnement est :

$$R = 160 \pi^2 \left(\frac{h_e}{\lambda}\right)^2$$

Nous avons vu que pour une antenne quart d'onde

$$h_e = \frac{2H}{\pi}$$

comme $H = \frac{\lambda}{4}$ $h_e = \frac{\lambda}{2\pi}$.

donc $R = \frac{160}{4} = 40$ ohms

Ainsi la résistance de rayonnement est indépendante de la fréquence .

Dans le cas d'une antenne symétrique loin du sol la résistance de rayonnement serait double :

$$R = 80 \pi^2 \left(\frac{h_e}{\lambda}\right)^2 \quad \text{avec } h_e = 2\frac{H}{\pi} \text{ et } H = \frac{\lambda}{2}$$

Pour une antenne demi onde attaquée en son milieu, la résistance de rayonnement est ainsi de 80 ohms .

Pour les antennes grandes ondes la hauteur de rayonnement est faible devant λ et la résistance de rayonnement est très petite.

Par exemple un émetteur sur 19.000 m utilise une antenne de 170 mètres de hauteur, la résistance de rayonnement est de 0,13 ohms .

REMARQUE : Un calcul plus précis donne :

TYPE D'ANTENNE	R_r
antenne quart d'onde	36,6 Ω
antenne 1/8 d'onde (1/4 d'onde avec capacité au sommet)	19 Ω
antenne 1/2 onde éloignée du sol	73,2 Ω
antenne 1/2 onde verticale au-dessus du sol	101 Ω
antenne symétrique 2 demi-ondes loin du sol	202 Ω
antenne 2/3 d'onde verticale au-dessus du sol .	42 Ω

5) Rendement .

Une antenne est destinée à rayonner de l'énergie, mais

elle en dissipe également dans ses conducteurs, dans la prise de terre.
Soit ρ cette résistance de pertes ; on définit le rendement d'un aérien par :

$$\eta = \frac{\text{puissance rayonnée}}{\text{Puissance totale fournie}}$$

soit $\eta = \dfrac{R \cdot I_{eff}^2}{(R+\rho)\, I_{eff}^2}$

donc $\eta = \dfrac{R}{R+\rho} = \dfrac{1}{1+\dfrac{\rho}{R}}$

Le rendement dépend ainsi de la résistance de rayonnement et de la résistance de pertes .

Pour les antennes grandes ondes le rendement est très faible, de l'ordre de 10%, il peut par contre être supérieur à 80% en ondes courtes .

8.24 Prise de terre et contrepoids

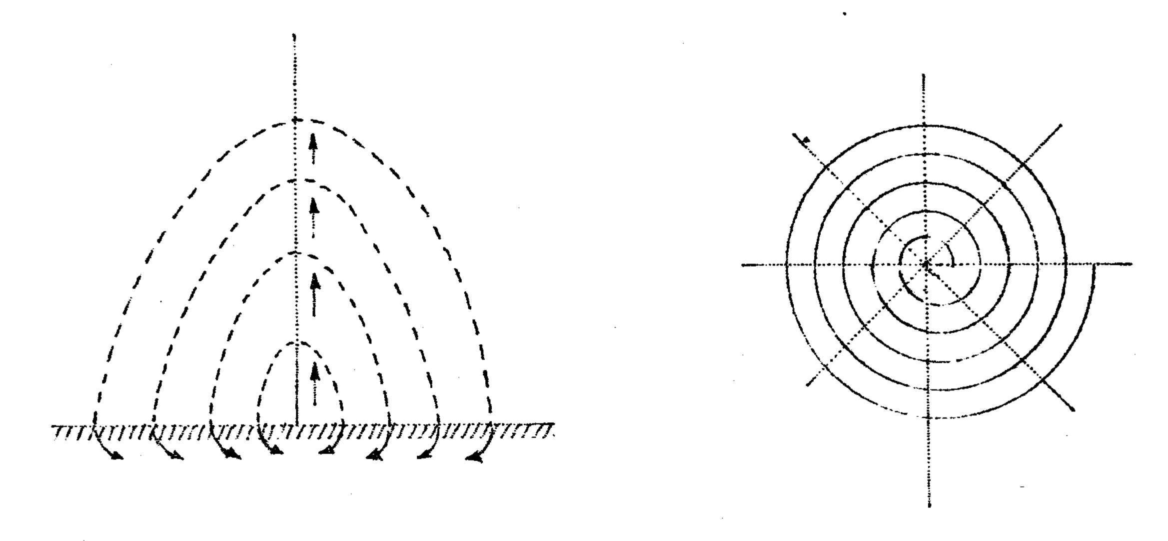


Fig.154 Fig.155

Dans le cas d'antenne mise à la terre, nous avons supposé implicitement que le sol situé sous l'aérien était bon conducteur afin qu'il puisse remplir son rôle de deuxième fil de ligne. En pratique il n'en est pas toujours ainsi et la résistance non

négligeable du sol sous l'aérien traversée par le retour du courant d'antenne (Fig. 154) produit des pertes Joules qui réduisent le rendement de l'antenne .

On remédie à cet inconvénient en enterrant au pied de l'antenne un fil de cuivre comme le montre à titre d'exemple la figure 155 . Le fil forme une spirale soudée sur des rayons partant du pied de l'antenne . Dans le cas d'émetteurs mobiles on peut tout simplement placer des toiles métalliques directement sur le sol sous l'aérien .

Dans le cas d'un sol sec ou en l'absence de sol(par exemple en avion), on utilise un contrepoids .

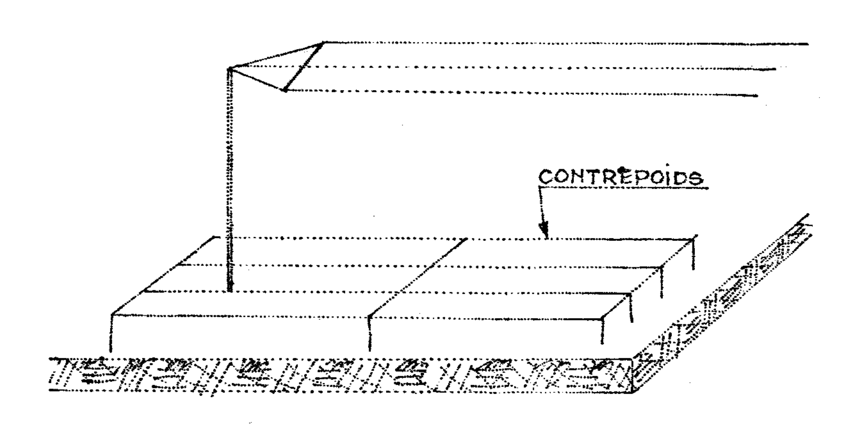


Fig. 156

A terre celui-ci est formé par une nappe de fil placée au-dessus du sol et isolée (Fig.156) Elle assure le retour des c courants d'antenne avec une résistance très faible de l'ordre de 0,1 à 0,2 ohms .

Elle réduit malheureusement la hauteur de rayonnement de l'antenne . Sur avion c'est la masse de la cellule qui forme contrepoids . Aux fréquences élevées (de l'ordre de 100 Mhz) on utilise un type d'antenne dite " à terre plate" (antenne G.P.A) .

Celle-ci comporte un radiateur vertical fonctionnant en quart d'onde .

Le contrepoids est formé de 4 tiges de longueur égale à $\lambda/4$ disposées en croix dans le plan horizontal (Fig. 157) .

L'alimentation se fait par une ligne coaxiale; le rayonnement est non directionnel .

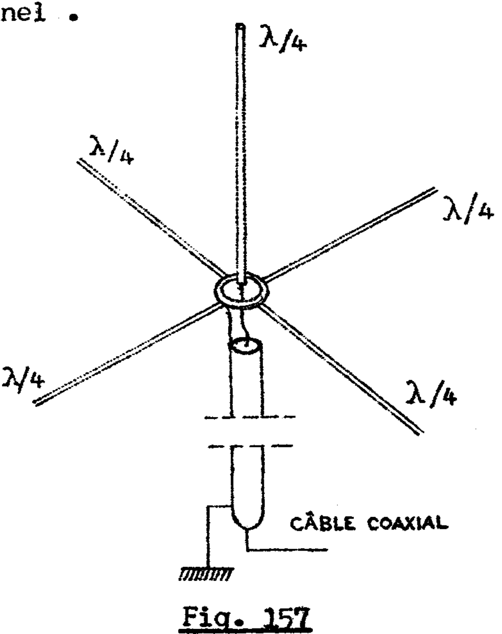


Fig. 157

8,25 Diagrammes directifs

8,251 Antennes verticales simples :

Le rayonnement dans le plan horizontal de ces antennes est en principe le même que celui du doublet théorique, cependant les accidents de terrain peuvent le modifier profondément .

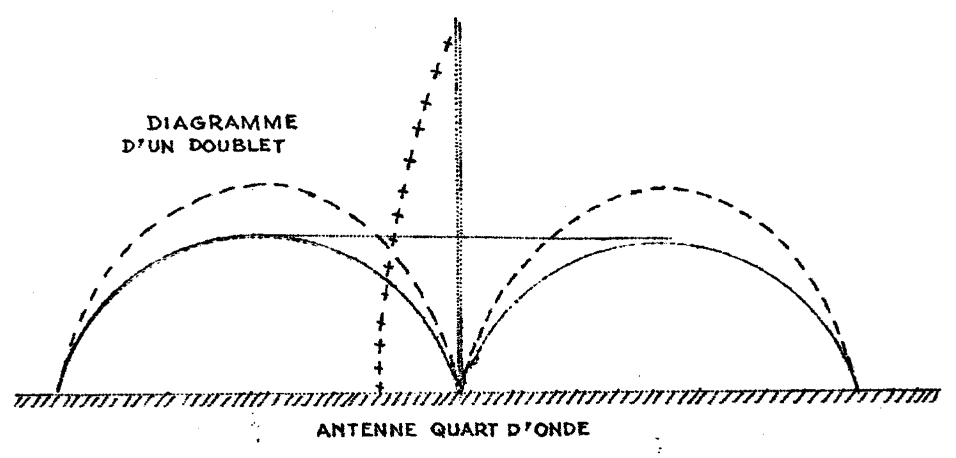
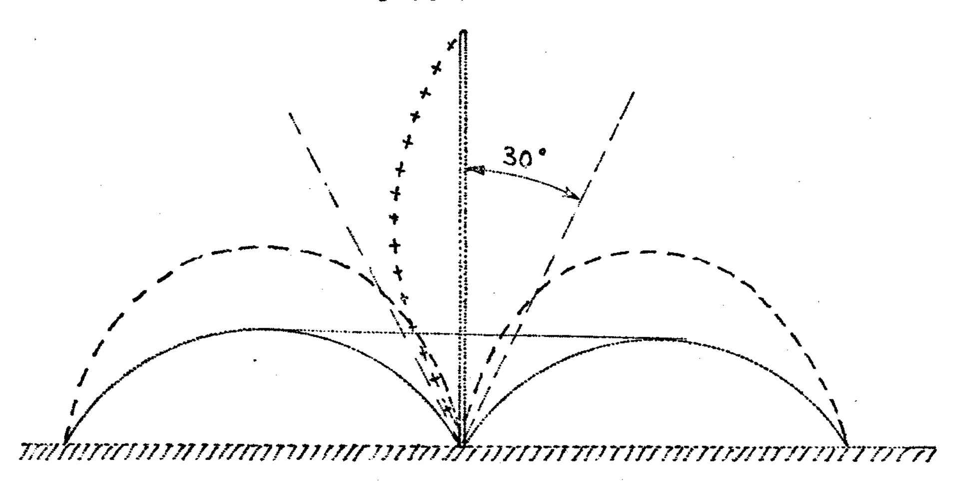


Fig. 158

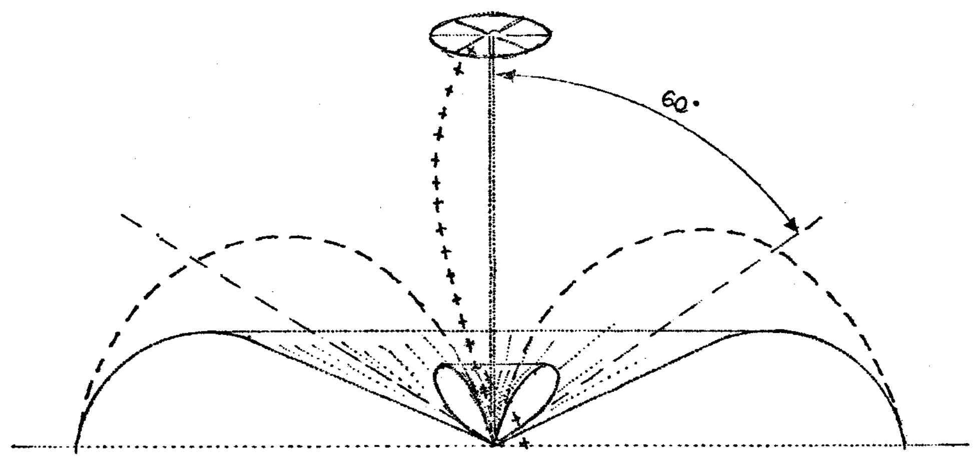
Etudions le diagramme directionnel dans le plan vertical de différents types d'antennes . Le diagramme d'une antenne 1/4 d'onde est légèrement plus aplati que celui du doublet théorique (Fig. 158.) .

L'aplatissement est beaucoup plus important dans le cas d'une antenne demi-onde mise à laterre par exemple , antenne pylône de Radiodiffusion (Fig.159) .



Antenne demi-onde dissymétrique
Fig.159

Le diagramme part avec un angle d'environ 30° . On utilise souvent en radiodiffusion le fonctionnement à noeud surélevé avec une nappe (Fig.160) ou en 2/3 d'onde avec une self à la base . La partie inférieure de l'antenne est alors traversée par un courant inverse, il se produit un effet différentiel et dans certaines directions le rayonnement est réduit ou annulé . Ce rayonnement se produit principalement dans le plan horizontal .

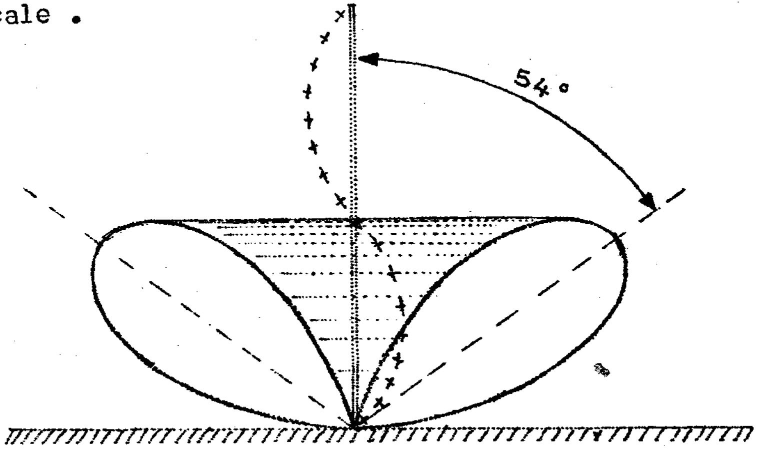


Antenne à noeud surélevé
Fig.160

Le diagramme principal peut partir avec un angle de 60° Il apparait des folioles de rayonnement secondaire de faible importance . Ces aériens donnent un rayonnement beaucoup moins sensible au fading en raison de la propagation horizontale prédominante .

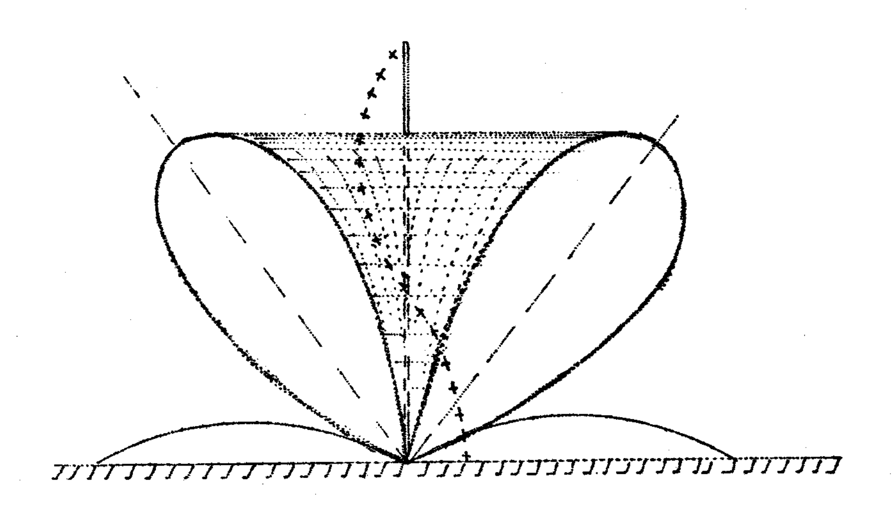
Les antennes fonctionnant sur harmonique donnent des effets semblables.

La figure 161 représente le diagramme d'une antenne à onde entière , il se compose de deux folioles inclinés de 54° sur la verticale .



Antenne onde entière
Fig.161

La figure 162 représente le diagramme d'une antenne vibrant en 3/4 d'onde .



Antenne 3/4 d'onde
Fig.162

Ces antennes permettent une transmission basée principalement sur la propagation indirecte . Une antenne demi-onde verticale surélevée donne des diagrammes différents suivant la hauteur au-dessus du sol . Le rayonnement est dû à l'antenne elle-même et à son image, ce qui explique les différences de diagramme avec la hauteur .

La solution la plus favorable est donnée par la figure 163 dans le cas où le centre de l'antenne est à $\lambda/2$ du sol .

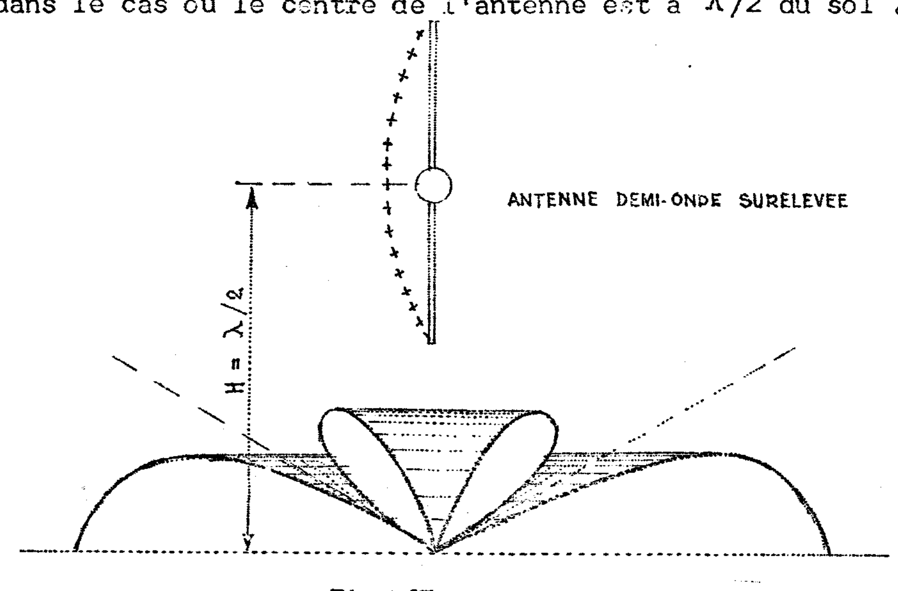
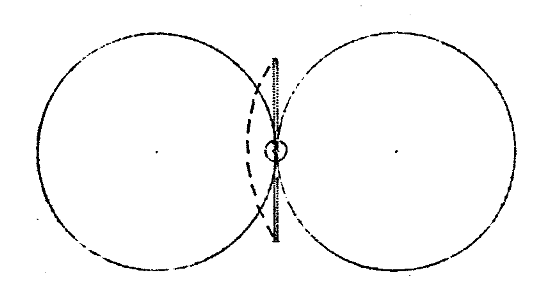


Fig.163

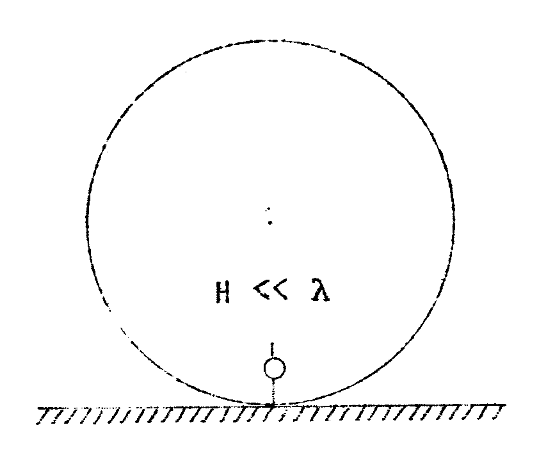
Le rayonnement est très elevé sur le plan horizontal, des folioles de rayonnement secondaire apparaissent . Pour des hauteurs plus élevées, le rayonnement principal diminue au profit de folioles supplémentaires qui ne présentent généralement aucun intérêt.

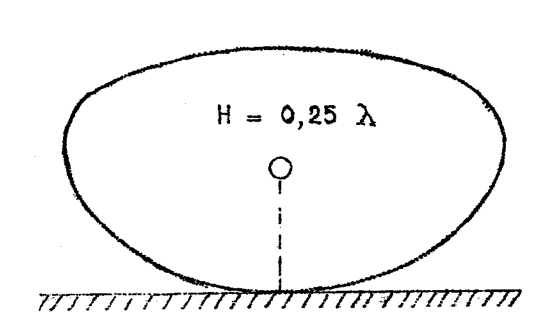
8.25.2 Antenne horizontale au-dessus du sol .

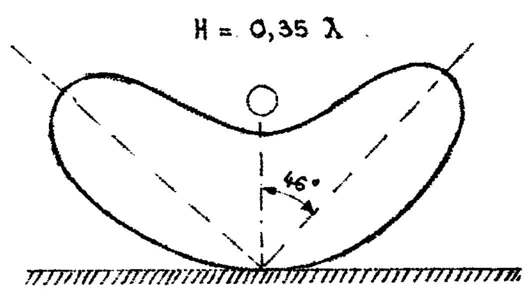
Une antenne demi-onde donne dans le plan horizontal un rayonnement maximum suivant la normale .



Plan horizontal
Fig. 164


H << λ


H = 0,25 λ


H = 0,35 λ
46°

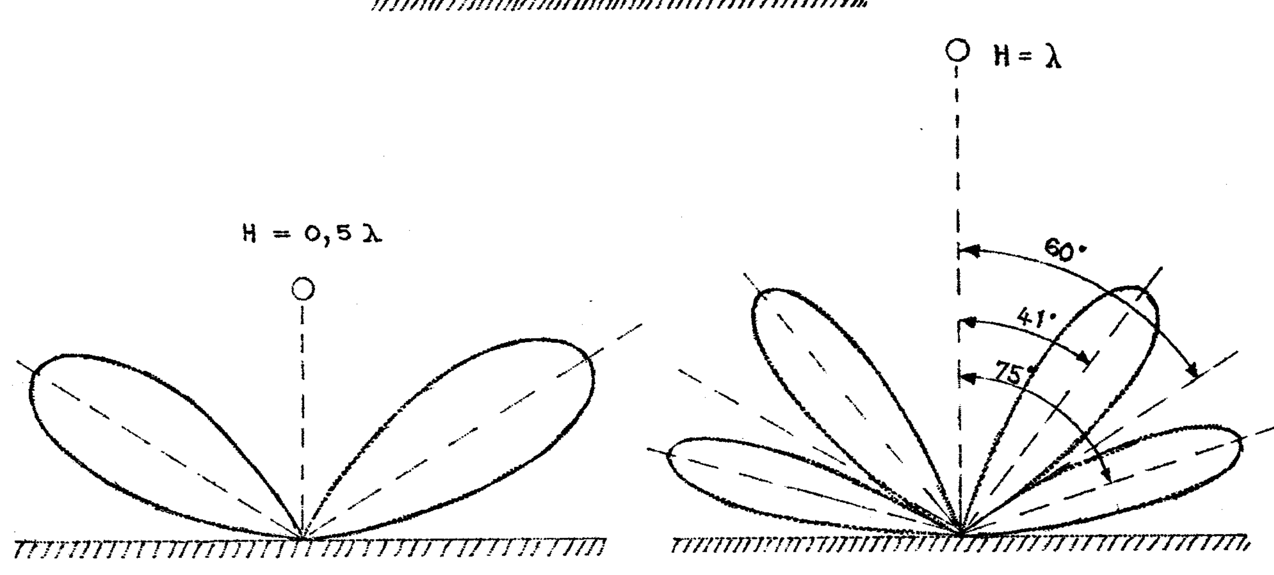

H = 0,5 λ
H = λ
60°
41°
75°
ANTENNE HORIZONTALE DEMI-ONDE
(PLAN VERTICAL)

Fig. 165

Le diagramme est formé de deux cercles (Fig.164.)

Dans le plan vertical le diagramme est fortement influencé par le sol, il varie avec la hauteur . Pour une hauteur très faible devant λ le rayonnement est principalement dirigé au zénith, cette disposition n'est utilisée que pour des liaisons rapprochées . Au fur et à mesure que l'on élève l'antenne, le diagramme s'aplatit pour présenter deux feuilles inclinées à 60° pour H =0,5 λ et quatre feuilles inclinées à 41° et 75° pour H = λ . On ne dépasse généralement pas H= λ car le nombre de feuilles augmente et le rayonnement dans les directions favorables diminue . (Fig.165.).

8.26 Antennes réceptrices à ondes stationnaires

Soit un fil vertical de hauteur h relié à la terre et placé dans un champ électromagnétique de composante électrique

$$e = E \cos \omega t$$

Le vecteur champ électrique étant parallèle au conducteur.

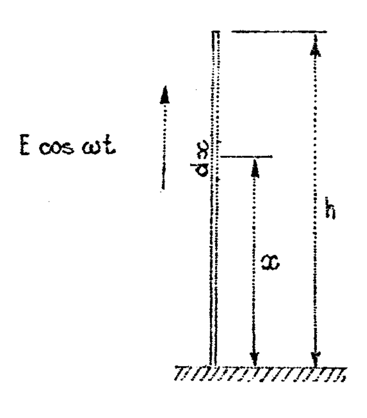


Fig.166

On sait qu'un champ électrique dérive d'un potentiel, on a :

$$\text{champ élédtrique} = - \frac{dv}{dx}$$

Considérons un élément dx situé à une distance x de la base de l'antenne, il est soumis à une d.d.p.

$$dv = - E \cos \omega t \, dx$$

Cette d.d.p. dv agit dans l'antenne comme une force électromotrice Eo placée à la base telle que :

$$d E_0 = - E \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) dx$$

$\frac{x}{c}$ représente le temps de propagation de 0 à x avec une vitesse c de 300.000 km/sec. Le signe – exprime que dE_o est antérieur au temps t .

Pour obtenir une F.E.M. totale il suffit d'intégrer les F.E.M élémentaires .

En prenant pour origine le temps t = 0 correspondant au maximum du champ, on obtient

$$E_o = \int_0^h - E \cos \omega \left(t - \frac{x}{c}\right) dx$$

soit:

$$E_o = \int_0^h - E \cos \omega \frac{x}{c} \, dx$$

L'intégration donne :

$$E_o = - \frac{EC}{\omega} \sin \omega \frac{h}{c}$$

mais $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda}$ donc $E_o = - \frac{E\lambda}{2\pi} \sin \frac{2\pi h}{\lambda}$

La force électromotrice totale Eo passe alors par un maximum lorsque :

$$\sin \frac{2\pi h}{\lambda} = 1$$

c'est-à-dire pour une hauteur d'antenne telle que :

$$\frac{2\pi h}{\lambda} = \frac{\pi}{2}$$

soit avec

$$h = \frac{\lambda}{4}$$

L'antenne fonctionne alors en quart d'onde à la résonance, le courant à la base est maximum puisque :

$$I_o = \frac{E_o}{R}$$

A l'accord de l'antenne, l'amplitude de tension induite est :

$$E_{o\ max.} = \frac{E\lambda}{2\pi} = E \times \frac{2h}{\pi}$$

or, nous savons que $\frac{2h}{\pi}$ est la hauteur effective de l'antenne .

Le courant à la base de l'antenne est donné par

$$I_o = \frac{E}{R} \times h_{eff.}$$

On vérifie ainsi la similitude de fonctionnement des antennes d'émission et de réception et les dispositifs d'accord par self à la base et capacité au sommet sont applicables dans le cas présent .

8.3 ANTENNES A ONDES PROGRESSIVES

8.3.1 Antenne d'émission

Une ligne utilisée en régime progressif produit un rayonnement électromagnétique caractérisé par un effet directif marqué et un fonctionnement apériodique .

Le type le plus simple est l'antenne Beverage utilisée en ondes kilométriques . Elle est constitué par une ligne placée à une faible hauteur au-dessus du sol et chargée par une résistance égale à son impédance caractéristique (Fig. 167) .

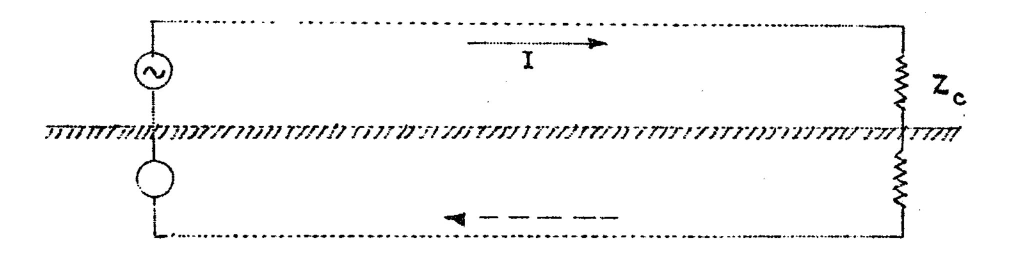


Fig. 167

Le rayonnement est dû au passage du courant I dans la ligne, mais il est influencé par l'image de la ligne dans le sol conducteur .

Etudions d'abord le rayonnement produit par un conducteur traversé en régime progressif par un courant I .

Un élément dx traversé par I produit un rayonnement dont le diagramme est représenté par deux cercles dans le plan du fil ou un tore de révolution fermé dans l'espace . Or il faut remarquer que la propagation des ondes électromagnétiques se fait à la même vitesse que la propagation du courant le long de la ligne et les rayonnements des éléments traversés successivement par le courant vont s'ajouter dans la direction du courant et se neutraliser en partie dans la direction opposée . Cependant le rayonnement est nul

sur l'axe du conducteur et les deux cercles formant le diagramme de l'élément dx vont s'allonger dans la direction du courant, donnant deux feuilles principales en même temps qu'apparaissent des feuilles de rayonnement secondaire dans d'autres directions .

Le diagramme est de révolution autour du conducteur (Fig. 168) Il faut remarquer que le fonctionnement est apériodique en raison même des caractéristiques des lignes en régime progressif ce qui permet d'utiliser le même aérien pour différentes fréquences (Pratiquement avec des extrêmes dans le rapport 1/2,5) .

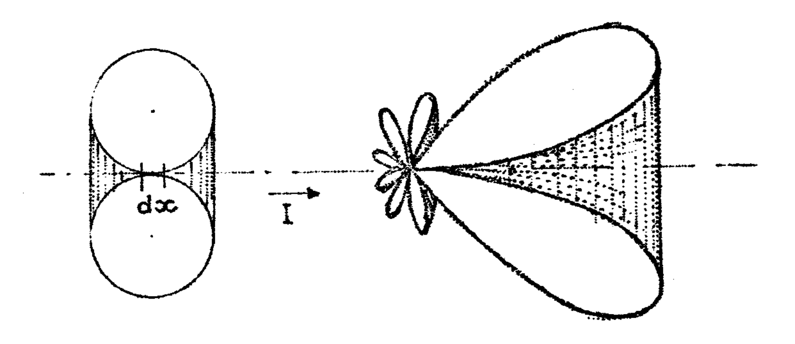


Fig.168

La présence du sol conducteur va modifier le diagramme en jouant le rôle de réflecteur, la feuille inférieure est supprimée au profit de la feuille supérieure . Le diagramme reste inchangé sur le plan horizontal .

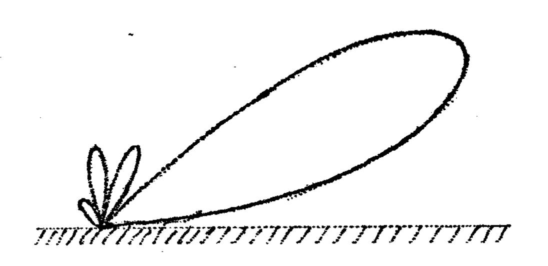


Fig.169

Les antennes à ondes progressives sont en pratique réalisées sous une forme différente pour les ondes courtes, c'est l'antenne losange représentée par la fig. 170 .

Les diagrammes particuliers des 4 bras du losange donnent une résultante orientée suivant le grand axe du losange . L'angle Φ optimum du losange doit être un compromis satisfaisant au mieux deux conditions .

1) une condition d'orientation des lobes des 4 bras pour que la résultante soit située sur le grand axe du losange .

2) une condition de phase : la distance entre les deux points mi-mieu de deux bras consécutifs doit être inférieure de $\lambda/2$ à la longueur de ligne séparant ces deux points, c'est-à-dire la longueur d'un bras .

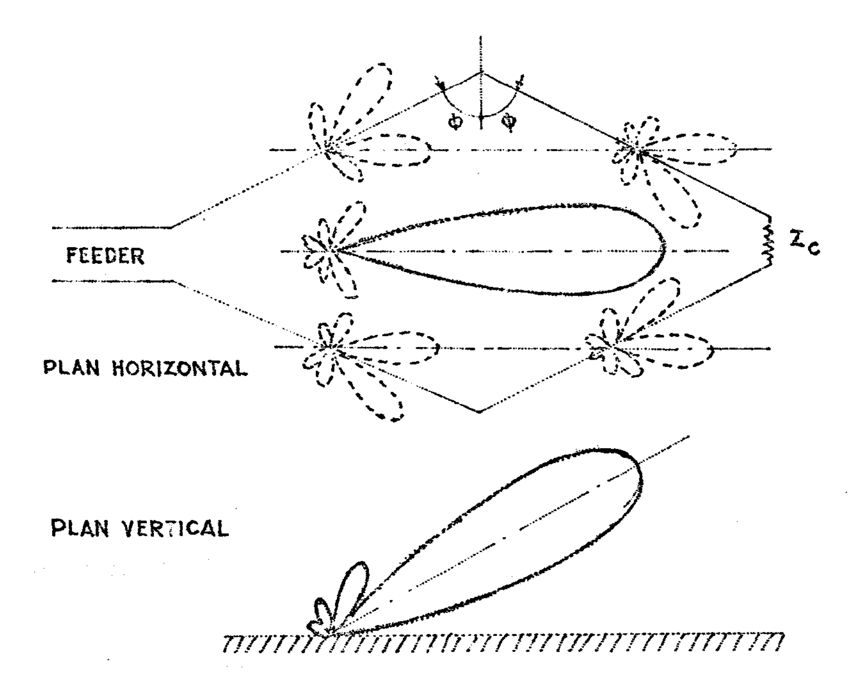


Fig. 170

Dans le plan vertical le diagramme subit une déviation en hauteur du fait de la présence du sol .

L'impédance caractéristique d'une antenne losange varie de 600 à 800 ohms .

Les antennes à ondes progressives sont placées à des hauteurs relativement faibles (de 20 à 25 mètres) .

Par contre elles s'étendent sur des distances assez élevées, par exemple on trouve les dimensions suivantes pour une antenne losange utilisable de $\lambda = 14$ m à $\lambda = 35$ m.

Hauteur 25 m - Grande diagonale 310m - Petite diagonale 84 m .

8.32 Antennes réceptrices

Ces antennes sont utilisées en réception avec les mêmes avantages que les antennes d'émission du même type . Considérons le cas de l'antenne Beverage pour ondes longues (Fig. 171) .

L'antenne est formée d'un fil conducteur placé au-dessus du sol à faible hauteur, une extrémité est reliée au récepteur par deux circuits couplés réglés à la résonance . La mutuelle est telle que la résistance apparente au primaire soit égale à l'impédance caravtéristique Z_c de la ligne .

$$Z_c = R_1 + \frac{M^2 \omega^2}{R_2}$$

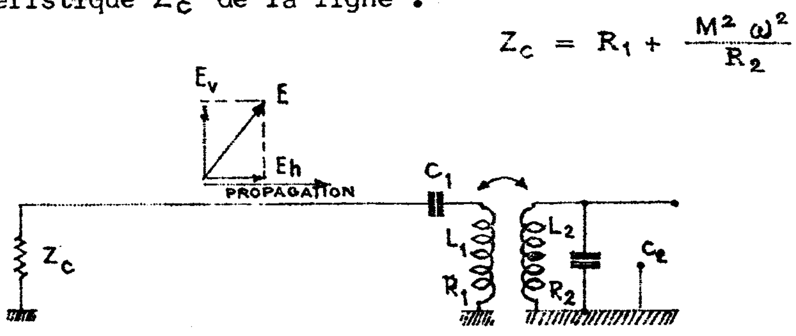


Fig.171

L'extrémité de la ligne chargée également par Z_c est placée dans la direction de l'émetteur .

Le champ électrique E normalement incliné admet deux composantes E_h et E_v , la composante E_h se propageant le long du fil additionne ses effets dans la direction du récepteur puisque les ondes progressives induites s'y propagent à la même vitesse .

L'antenne losange présente l'avantege d'être symétrique, le retour du courant ne se fait plus par le sol .

La grande diagonale est placée dans la direction de l'émetteur (Fig. 172) .

Le plan de l'antenne est disposé horizontalement car en ondes courtes pour lesquelles elle est employée la composante horizontale est aussi importante que la composante verticale .

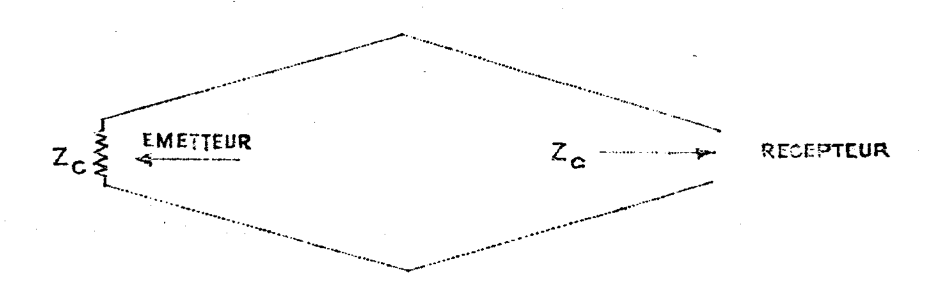


Fig. 172

8.4 CADRES

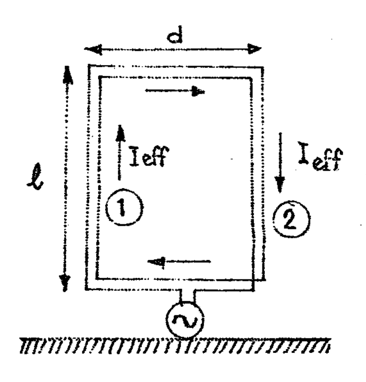
Un cadre est un aérien à constantes localisées dans lequel l'intensité peut être supposée constante en tous ces points . Il présente des caractéristiques directives très intéressantes tant à l'émission qu'à la réception .

8.41 Cadre d'émission

Soit un cadre de dimension ℓxd comportant N spires alimentées par un courant haute fréquence I eff .

Les deux brins verticaux de longueur h vont rayonner dans le plan horizontal comme deux antennes alimentées en opposition de phase . (Fig. 173) .

Le rayonnement des brins horizontaux est, sur le plan horizontal, neutralisé par leur image dans le sol .



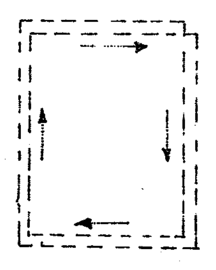


Fig. 173

Le cadre ayant de faibles dimensions vis-à-vis de la longueur d'onde, il se comporte comme un circuit à constante localisée, et le courant est constant le long du circuit . Le groupe de conducteurs (1) produit un champ électromagnétique de composante électrique :

$$E_1 = \frac{120 \pi \ell N I_{eff}}{\lambda D}$$

Le groupe (2) donne un champ de même amplitude mais déphasé par rapport à E_1 .

Dans la direction perpendiculaire au plan du cadre, les deux champs restent en opposition de phase comme les courants et ainsi se neutralisent . Par contre dans le plan du cadre les champs subissent un déphasage supplémentaire causé par la différence d de distance de propagation . Il se produit une résultante non nlle et le rayonnement est maximum .

Calculons le déphasage entre les champs E_1 et E_2 dans le plan du cadre .

Le déphasage dû à la distance d est :

$$\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$$

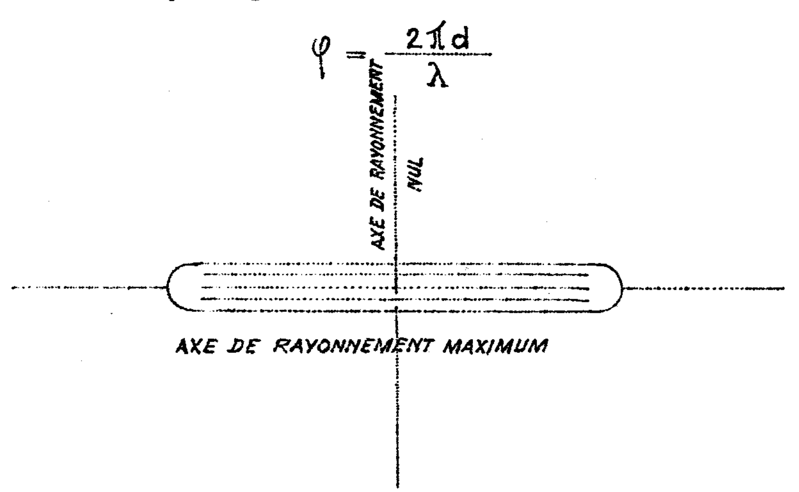


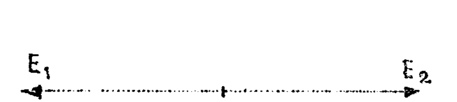
Fig. 174

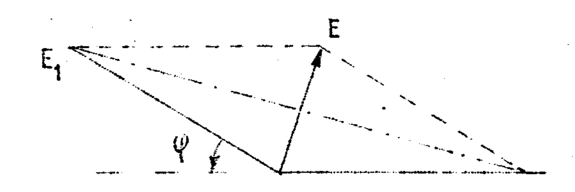
Les deux ahamps sont alors déphasés de $(\pi - \varphi)$
Le champ résultant a pour valeur :

$$E = 2 E_1 \cos\left(\frac{\pi - \varphi}{2}\right)$$

soit

$$E = 2 E_1 \sin \frac{\varphi}{2} = 2 E_1 \sin \frac{\pi d}{\lambda}$$





Champ à la normale du cadre Champ dans le plan du cadre

Fig.175

mais d/λ est petit et le sinus peut être confondu avec l'arc . On a donc :

$$E = \frac{2\pi d}{\lambda} E_1$$

soit :

$$E = \frac{120\pi I_{eff}}{\lambda D} \times \frac{2\pi N d \ell}{\lambda}$$

en appelant h la hauteur effective du cadre $\boxed{h = \frac{2\pi N S}{\lambda}}$

avec $S = d \times \ell$ la surface du cadre, on peut utiliser les formules générales du champ électromagnétique .

La hauteur effective peut être calculée avec une forme quelconque du cadre en prenant la surface qu'il présente .

La hauteur effective d'un cadre est faible par rapport à celle d'une antenne, cependant on peut utiliser des courants plus intenses, ce qui améliore le rayonnement . L'intérêt principal du cadre est dû à ses qualités directrices et à la possibilité de modifier facilement son orientation .

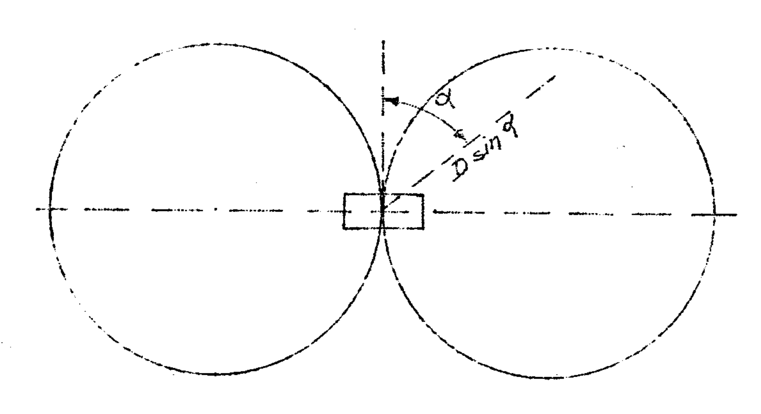


Fig. 176

Le rayonnement est principalement dirigé dans le plan du cadre . Pour une direction inclinée de α le champ doit être multiplié par sin α . La courbe à champ constant est donc, dans le plan forizontal, formé de deux cercles tangents à la normale du cadre (Fig. 176) .

8.42 Cadre de réception

Soit un cadre desection S comportant N spires . Supposons que le plan du cadre fasse un angle α avec la direction de l'émetteur, celui-ci produit un champ électromagnétique de composante magnétique $h = H \cos \omega t$ dans le cadre .

Le flux dans la section du cadre est : $\phi = H s \cos \omega t \cos \alpha$

avec Φ en maxwell, H en oersted et S en Cm^2 .

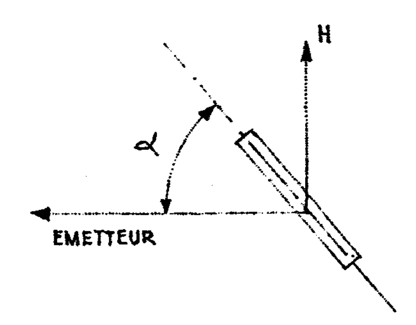


Fig.177

La f.é.m. induite dans le cadre est :

$$V_o = - N \frac{d\phi}{dt} 10^{-8} \text{ volts}$$

soit $$V_o = NHS\omega \sin \omega t \cos \alpha \; 10^{-8} \text{ volts}$$

L'amplitude de tension induite est :

$$V_o = NHS \omega \cos \alpha \; 10^{-8} \text{ volts}$$

mais $H = \frac{E}{300}$ avec E en volts par centimètre

et $\omega = \frac{2\pi \times 3 \times 10^{10}}{}$ avec λ en cm

donc $V_o = \frac{2\pi NS}{\lambda} \times E \cos \alpha$ volts

Or nous savons que $\frac{2\pi NS}{\lambda}$ = h eff du cadre et l'amplitude de tension induite est donnée par : $V_o = E \, h_{eff} \cos \alpha$

La f.é.m. peut se calculer également à partir du champ électrique en composant les f.é.m. induites dans les deux brins du cadre parallèles à la direction du champ . On obtient un effet différentiel comparable à celui étudié pour l'émission .

La f.é.m. induite dépend de cos α
Elle passe par un maximum égal à

$$V_0 \max = E\, h\, eff.$$

Lorsque le cadre est perpendiculaire à cette direction, la f.é.m s'annule .

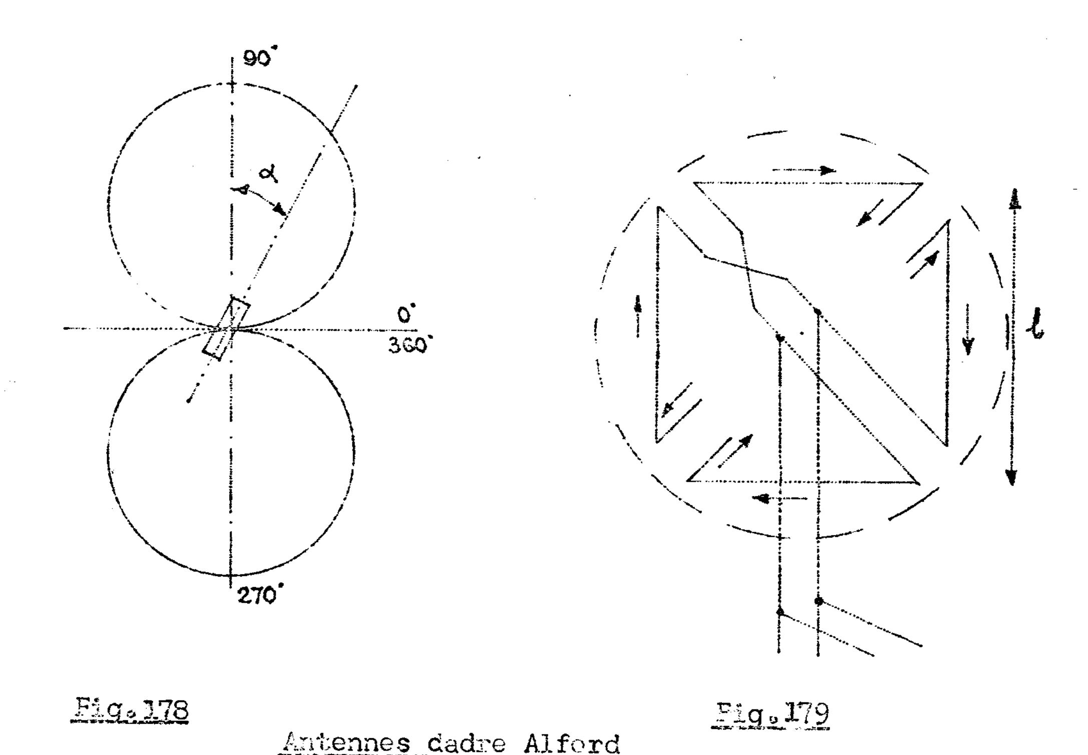


Fig. 178 Fig. 179

Antennes cadre Alford

L'antenne cadre Alford a été réalisée afin de remplacer les cadres aux fréquences élevées l'efficacité des cadres ordinaires étant alors trop faible .

L'antenne Alford forme un carré dont les quatre côtés sont alimentés en régime stationnaire de telle façon que les sens de courant soient les mêmes que dans un cadre .

L'alimentation se fait sur une diagonale par une ligne adaptée par court-circuit . Sur l'autre diagonale se trouvent 2 lignes de transmission . Le courant varie peu le long des côtés du carré .

La résistance effective de cette antenne est élevée.

On a :

$$R_{eff} = 320 \left[\sin \left(\pi \frac{l}{\lambda} \right) \right]^4$$

étant la longueur du côté du carré ..

8.5 SYSTEMES DIRECTIFS D'ANTENNES

Etudions l'effet directif résultant de l'association de plusieurs antennes . Nous distinguerons les cas :

- de 2 antennes alimentées en phase
- " " en opposition de phase
- " " en quadrature
- " " en V
- d'une antenne avec brins parasites
- " avec réflecteurs en coin ou réflecteur parabolique
- de réseaux d'antennes .

8.51 Cas de deux antennes parallèles alimentées en phase

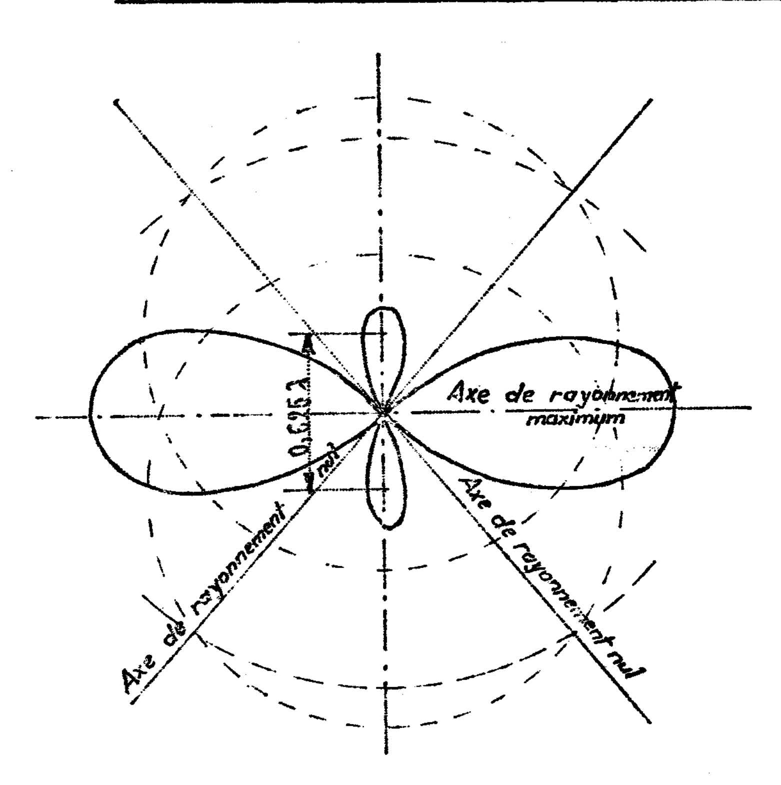


Fig. 180

Etudions le rayonnement dans un plan perpendiculaire aux antennes . Certaines directions sont privilégiées car les champs sont en phase, dans d'autres le rayonnement est nul car les champs sont en opposition .

La forme du diagramme dépend de la distance d entre les deux antennes . Le diagramme le plus favorable est obtenu avec une distance **d = 0,625 λ** .

(Fig. 180)

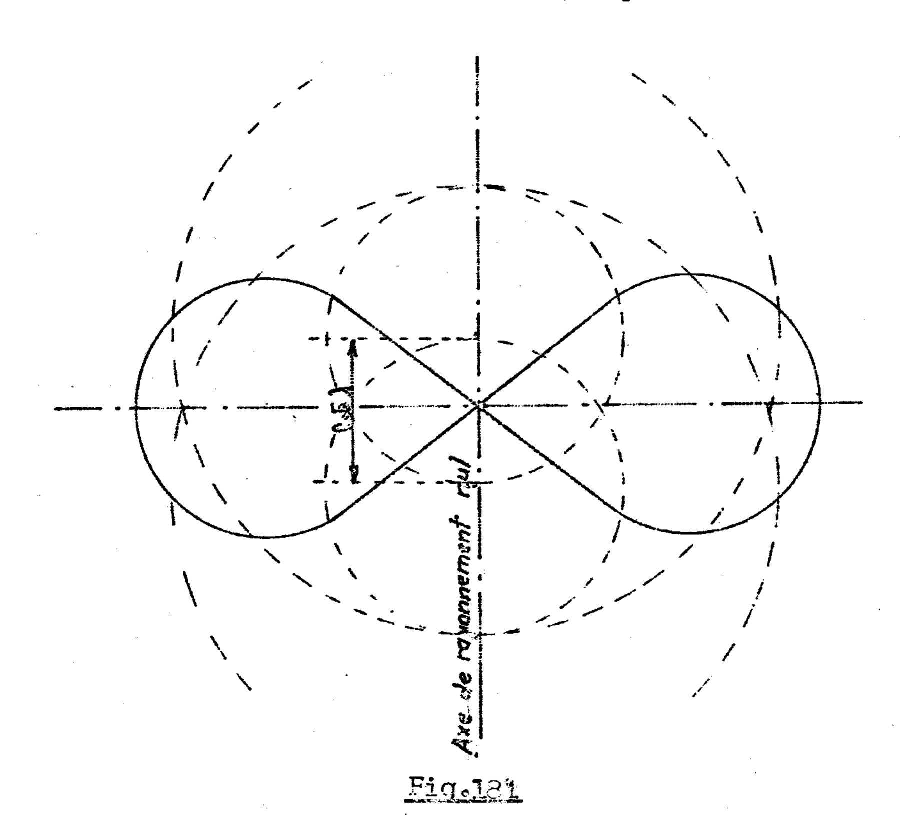


Fig. 181

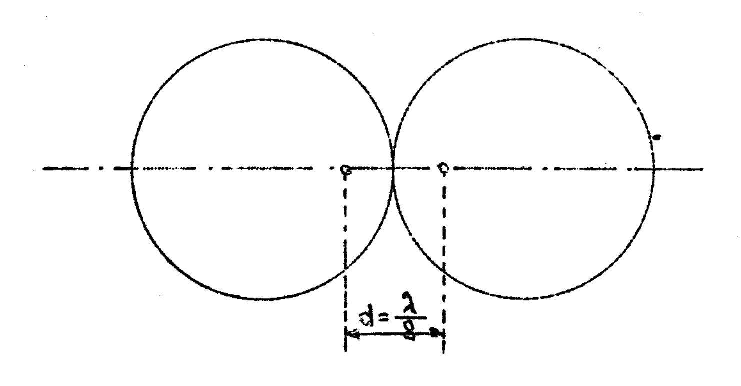


Fig. 182

Les deux champs sont en phase sur la normale à la droite joignant les deux antennes, sur deux axes inclinés les champs sont en opposition . Le diagramme présente donc deux directions privilégiées et deux folioles de rayonnement secondaire sur un axe perpendiculaire .

Dans le cas de deux brins horizontaux parallèles, la résistance de rayonnement de chaque antenne est de 46 Ω . Le gain est alors 1.78 .

On ütilise également une distance $d = 0{,}5\,\lambda$ le diagramme ne présente plus les deux folioles parasites mais le gain descend à 1,6 .

8,52 Cas de deux antennes parallèles alimentées en opposition de phase

C'est le principe du cadre appliqué aux antennes .On obtient un diagramme identique en plaçant les antennes à une distance de l'ordre de $\frac{\lambda}{8}$ (Fig. 182) .

La résistance de rayonnement qui est de 34 ohms par brin pour une distance $\frac{\lambda}{4}$ descend à 9 ohms par brin pour $d = \frac{\lambda}{8}$ Dans ce dernier cas, il y a lieu de réduire sérieusement les résistances de portes afin de ne pas réduire trop le rendement . Le gain qui est de 1,54 varie très peu avec la distance d .

L'alimentation en opposition de phase se fait suivant la disposition de la fig. 183 . Par le montage croisé les deux doublets sont branchés en parallèle, la résistance apparente d'antenne est alors la moitié de la résistance de chaque dipôle . Ce type d'antenne utilisé en radiogoniométrie à ondes courtes est appelée antenne Adcock .

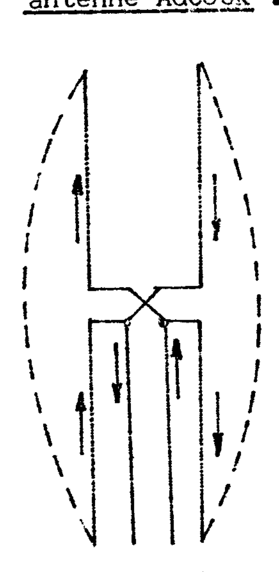


Fig. 183

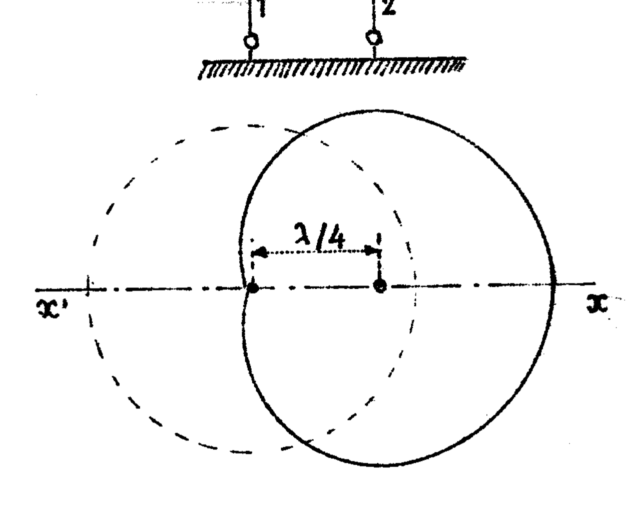


Fig. 184

8.53 Cas de deux antennes parallèles alimentées en quadrature

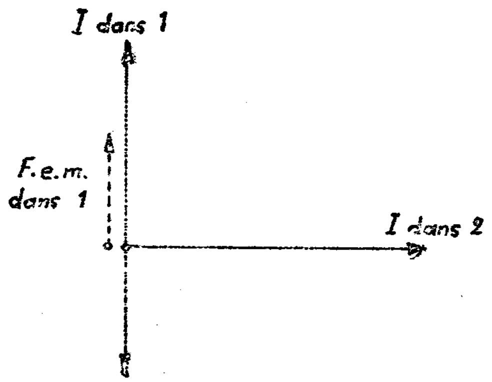
Soient les antennes (1) et (2) (fig.184) distantes de $\lambda/4$ et alimentées en quadrature . Le courant dans l'antenne (1) est en avance de $\pi/2$ sur le courant dans l'antenne (2) . (Fig.185) Dans la direction ex le rayonnement de (1) prend un retard d'un quart de période sur le rayonnement de (2) en raison de la distance $\lambda/4$ entre les deux antennes . Ce retard compense l'avance du courant de (1) et les deux champs sont en phase .

Par contre dans la direction inverse ex' le rayonnement de (2) qui a déjà un retard d'un quart de période, l'augmente d'un autre quart par la distance $\lambda/4$ et les deux champs se trouvent en opposition . Le diagramme directionnel est alors une cardioïde. L'antenne (1) joue le rôle de réflecteur par rapport à l'antenne (2). Le retard de phase peut être obtenu par les feeders, généralement un seul brin est alimenté directement par l'émetteur, c'est le radiateur . Le réflecteur placé à $\lambda/4$ est alimenté par induction .

Le champ électrique dû à l'antenne (2) prend un retard de $\pi/2$ sur le courant dans 2 en raison de la distance $\lambda/4$. Ce champs induit une f.é.m.

fem = - Eh en opposition de phase avec le champ .

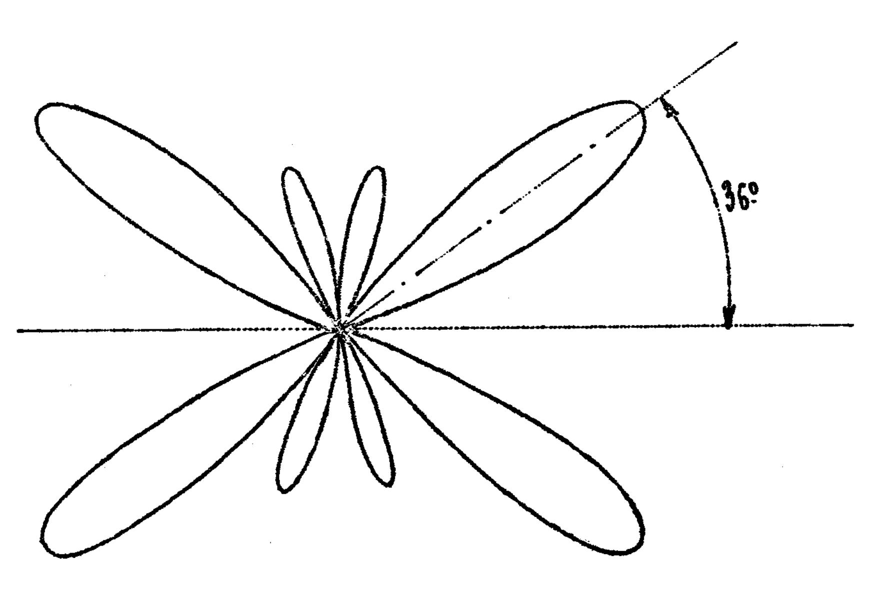
L'antenne (1) étant à l'accord, le courant qui la traverse est en phase avec la f.é.m. donc en quadrature avant avec le courant dans (2) .



Champ électrique de l'antenne 2 au niveau
de l'antenne 1
Fig. 185



8.54 Antennes en V



$\ell = 2\lambda$

Fig.186

Une antenne en V est formée de deux conducteurs de grande longueur devant λ , alimentés en régime stationnaire et faisant un certain angle . Chaque brin d'antenne présente un diagramme directif comportant 4 follioles principaux faisant avec l'axe un angle d'autant plus faible que l'antenne est longue . (Fig.186 et 187) .

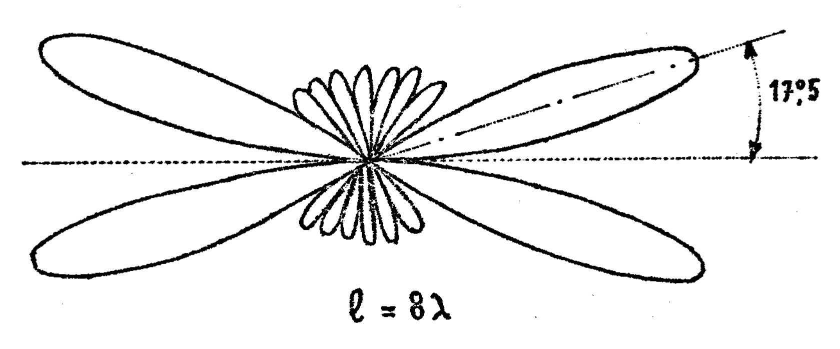
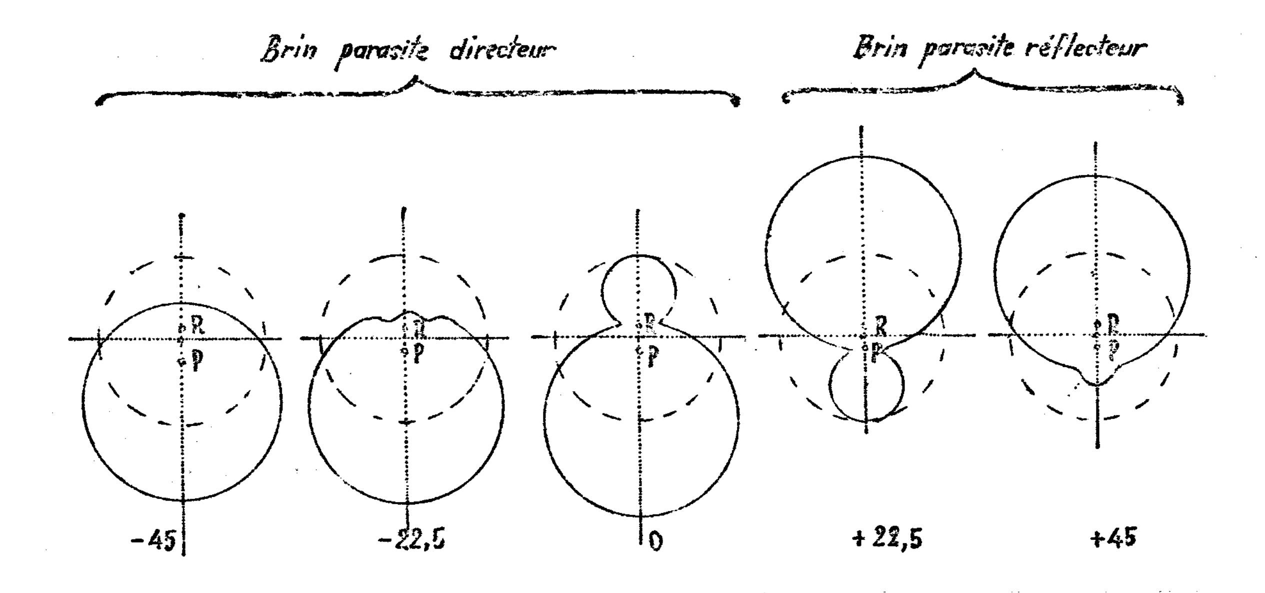


Fig.187

L'angle d'ouverture du V est égal à 2 fois l'angle formé par l'axe d'un foliole et l'axe conducteur . Le diagramme résultant est ainsi formé de deux folioles principaux situés sur la bissectrice du V .

Le gain peut atteindre 19 dans le cas de brins de longueur $l = 8\lambda$.



P = brin parasite R = Radiateur

Déphasage dans le brin parasite (distance 0,1 λ du radiateur)

Fig. 188

8.55 Cas d'une antenne avec brins parasites désaccordés

Un brin parasite placé à proximité et parallèlement à un brin radiateur produit un effet directif variable avec l'accord du brin parasite et sa distance au radiateur .

Déphasage dans le brin parasite (distance 0,1 λ du radiateur) .

La figure 188 montre le diagramme directif résultant de la combinaison de deux antennes distantes de 0,1 λ pour différents déphasages dans le brin parasite . On remarque pour les déphasages 0 et + 22,5 degrés des diagrammes identiques mais avec direction privilégiée .

Pour des déphasages nuls ou négatifs le brin parasite est par rapport au radiateur, dans la direction du champ principal; c'est un brin directeur .

Pour des déphasages positifs le brin parasite est placé derrière le radiateur par rapport à la direction privilégiée du champ ; c'est un brin réflecteur .

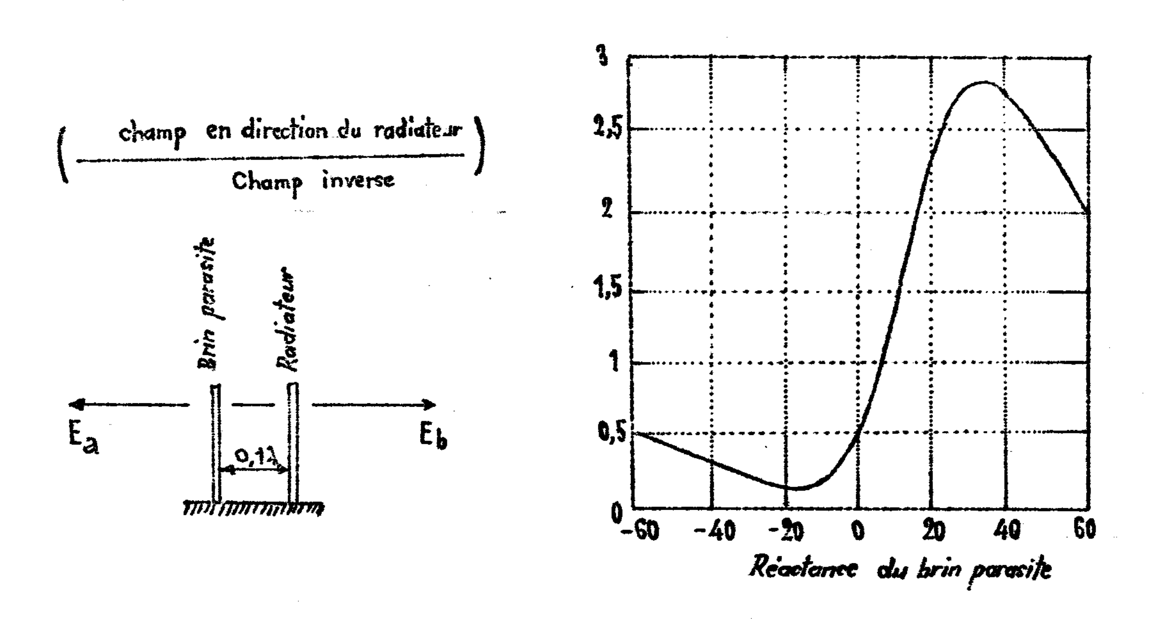


Fig.189 .

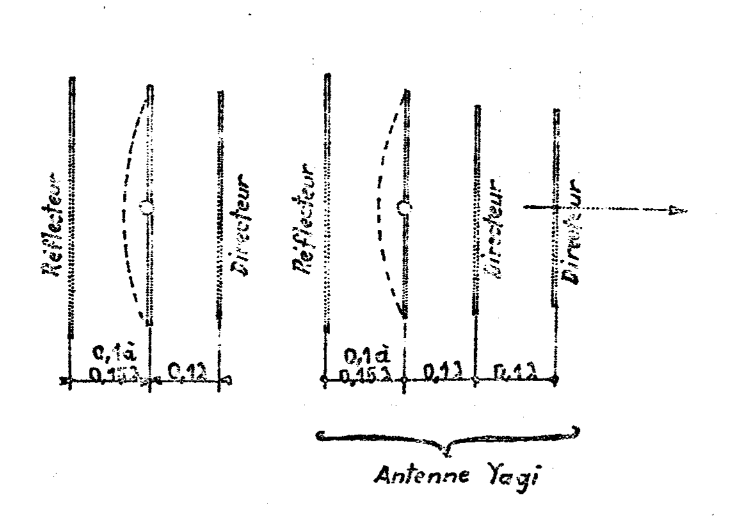
L'effet de directivité est donné par la courbe de la fig. 189 dans le cas d'une distance 0,1 λ entre les deux antennes. On note que l'efficacité du directeur est maximum lorsque la réactance du brin parasite est capacitive et égale à environ 20 ohms.

Pour un réflecteur, il faut que la réactance inductive soit égale à 30 ohms .

Nous savons qu'une antenne allongée devient inductive et qu'une antenne raccourcie devient capacitive . Ainsi en plaçant de part et d'autre d'une antenne accordée un brin parasite plus long et un brin parasite plus court, on obtient un diagramme très directif . En plaçant plusieurs directeurs comme pour l'antenne Yagi. (Fig.190) on augmente encore le gain d'antenne .

8.56 Cas d'une antenne avec réflecteur en coin ou réflecteur parabolique

8.561 Coins réflecteurs . En V.H.F et U.H.F on utilise parfois des réflecteurs particuliers formés de deux écrans disposés en coin comme le montre la figure 189 .



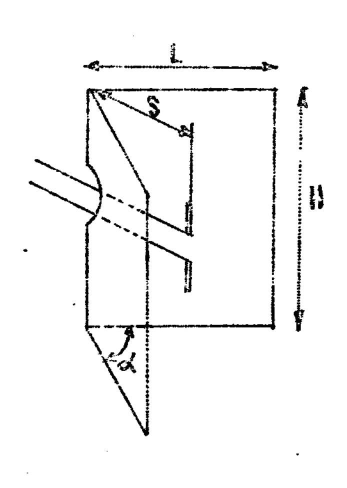


Fig. 190 Fig. 191

Le dipôle est placé dans le plan bissecteur à une distance S du fond . Il donne un nombre d'antennes images variable suivant l'angle des deux côtés du réflecteur .

Le nombre total d'antennes est :

$$N = \frac{360}{\alpha}$$

Le diagramme directif résultant de la combinaison de ces N antennes présente une direction privilégiée sur la bissectrice . Le gain d'antenne dépend de α et de S. Il faut cependant tenir compte de la résistance de rayonnement qui ne doit pas être trop faible . On a :

	α	Gain	Résistance de rayonnement
S = 0,5	45°	14 db	15 Ω
	60°	12 db	70 Ω
	90°	10 db	> 100 Ω
S = 0,3	45°	9,5 db	négligeable
	60°	12 db	8 Ω
	90°	10 db	45 Ω

Le gain croit avec S mais lorsque S est trop élevé il apparait des lobes secondaires gênants .

Si x est petit le gain est élevé mais la résistance de rayonnement peut devenir très faible .

La longueur L des côtés du réflecteur doit être environ 3 ou 4 S.

La hauteur H (parallèlement au doublet) doit être supérieure à S d'au moins $\lambda/2$.

8.562 Réflecteurs paraboliques .

Considérons tout d'abord le cas d'un paraboloïde de révolution . L'antenne est placée au foyer (Fig.192). La distance de la paroi réfléchissante au foyer étant égale à la distance à la directrice de la parabole, les différents rayons électromagnétiques semblent venir du plan directeur et sont ainsi en phase à leur sortie du réflecteur . D'autre part le régime de propagation en ondes sphériques donné par l'antenne se transforme en propagation en ondes planes .

L'effet directif est ainsi très élevé .

Si le rayon direct de l'antenne est utilisé, il faut qu'il soit en phase avec les rayons réfléchis, il importe donc que la distance focale soit égale à un nombre impair de quart d'onde .

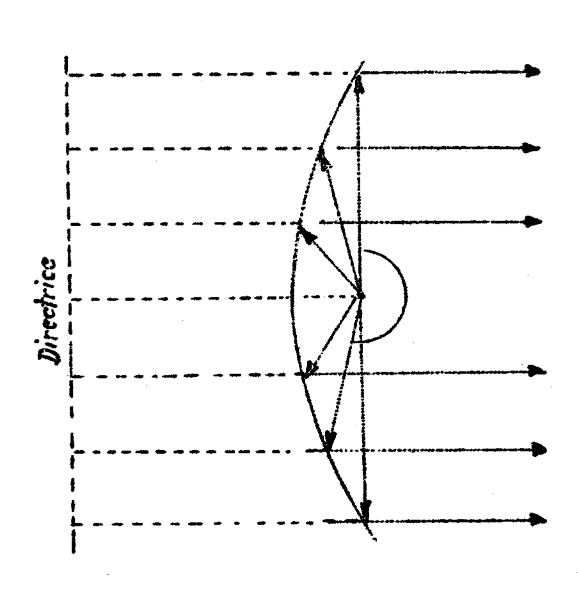


Fig. 192

8.57 ## Réseaux d'antennes

8.571 ### Réseaux d'antennes à diagramme transversal :

Si l'on place un réseau d'antennes parallèles alignées avec un écartement constant de $\lambda/2$ et alimentées en phase on obtient un diagramme très directif avec deux lobes principaux perpendiculaires au plan des antennes et dans les autres directions quelques folioles d'importance négligeable .

Le gain dépend :

- de la longueur du réseau : pour un espacement de $\lambda/2$ on note un gain de 5 db par portion de réseau de longueur 2λ , ainsi
  le gain pour 2λ est de 5 db
  le gain pour 10λ est de 25 db .

- de l'espacement entre les antennes : le gain diminue braucoup lorsque l'espacement augmente . L'espacement qui est habituellement $\lambda/2$ ne peut dans aucun cas dépasser $3\lambda/4$.

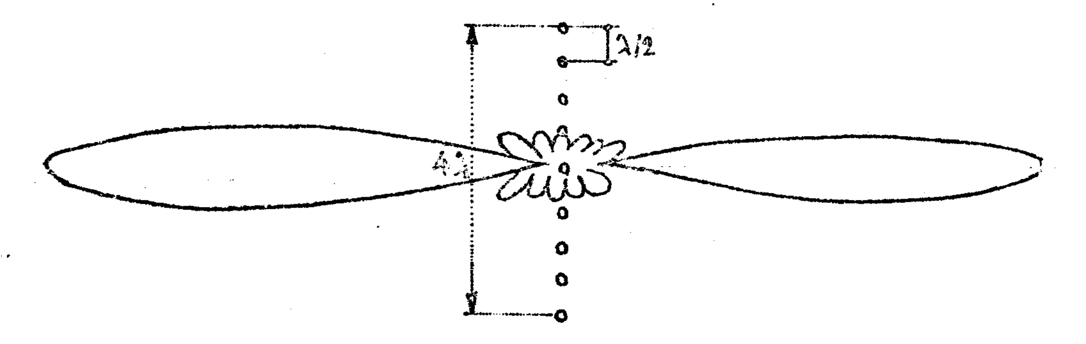


Fig.202

Le diagramme peut être rendu unidirectionnel en plaçant en arrière de $\lambda/4$ un réseau réflecteur identique mais alimenté par induction . Le gain est alors multiplié par 1,5 environ .

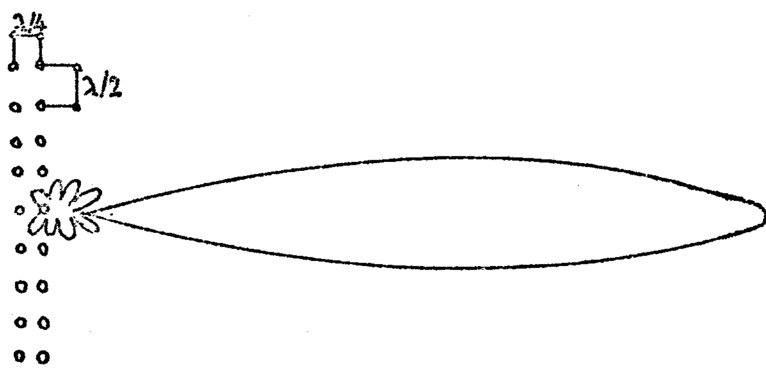


Fig.203

Les deux réseaux étant identiques, il est ainsi possible d'inverser le sens de propagation en inversant le rôle des réseaux.

8.572 Réseaux d'antennes à diagramme longitudinal :

Alimentons les antennes d'un réseau par des courants déphasés de $\frac{2\pi d}{\lambda}$ d'une antenne à la suivante et toujours de même sens.

La distance d entre les antennes est petite (inférieure à $3\lambda/8$). Les déphasages des courants et des champs produits se compensent dans une direction située dans le plan du réseau, les rayonnements s'ajoutent. Par contre dans la direction inverse ils se neutralisent en partie. On obtient ainsi un diagramme directif unidirectionnel.

Le rayonnement est dirigé dans la direction des antennes ayant un retard de phase (Fig. 204).

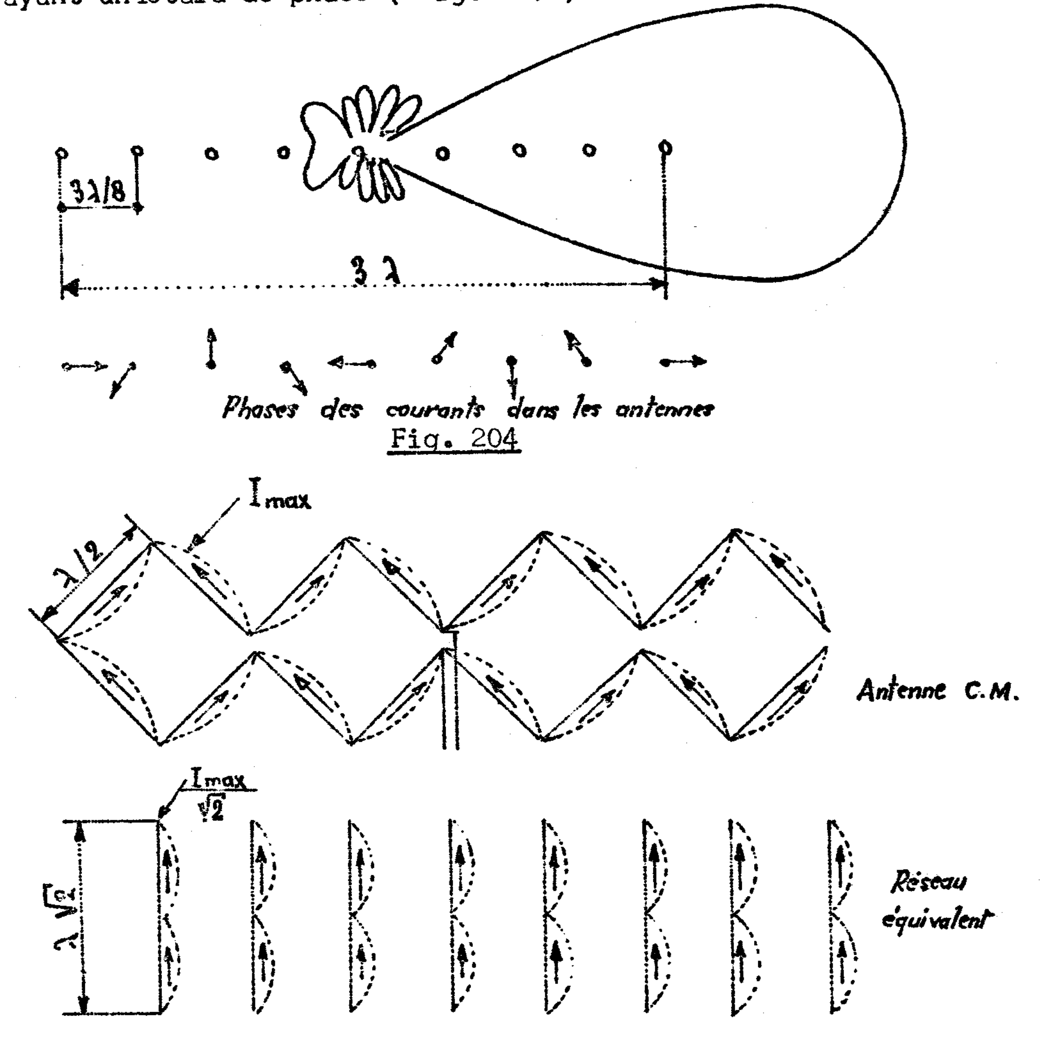


Fig. 204

Fig.205

Le gain dépend :

- de l'espacement des antennes : le gain est maximum pour une distance de $\lambda/4$ ou $3\lambda/8$;

- de la longueur du réseau : le gain varie ainsi de :
  7 db pour une longueur de 2λ à
  29 db pour une longueur de 10λ

Ainsi à nombre d'antennes égal $d = 3\lambda/8$ donne un gain plus élevé que $d = \lambda/4$.

8.58 Réalisation des réseaux

Les différentes solutions utilisées sont :

- Réseaux en ligne brisée Chiriex Mesny

La ligne alimentée en son centre forme des carrés de $\lambda/2$ de côté . En régime stationnaire elle est équivalente à un réseau d'antennes verticales distantes de $\frac{\lambda}{2\sqrt{2}}$

Les réseaux CM comportent généralement 2 lignes alimentées suivant le schéma de la figure205 et deux lignes parasites alimentées par induction .

- Réseau en grecque .

La ligne forme des carrés de $\lambda/2$ de côté (Fig.206).Les rayonnements des conducteurs horizontaux se neutralisent les conducteurs verticaux forment un réseau d'antennes .

- Antenne Franklin .

Des successions d'antennes demi-onde peuvent être obtenues avec une ligne linéaire en neutralisant les demi-ondes inverses soit par des inductances (Fig.207a)soit par des lignes non rayonnantes (Fig. 208) .

Les différents dipôles du réseau sont alimentés par des feeders de longueur égale à $\lambda/2$ mais croisés de façon à rétablir les phases (Fig. 208) .

λ/2
λ/4
λ/2
λ/2
λ/4

Réseau en grecque

Réseau équivalent

Fig. 206

Fig. 207

- Réseaux alimentés par un Feeder à ondes stationnaires.

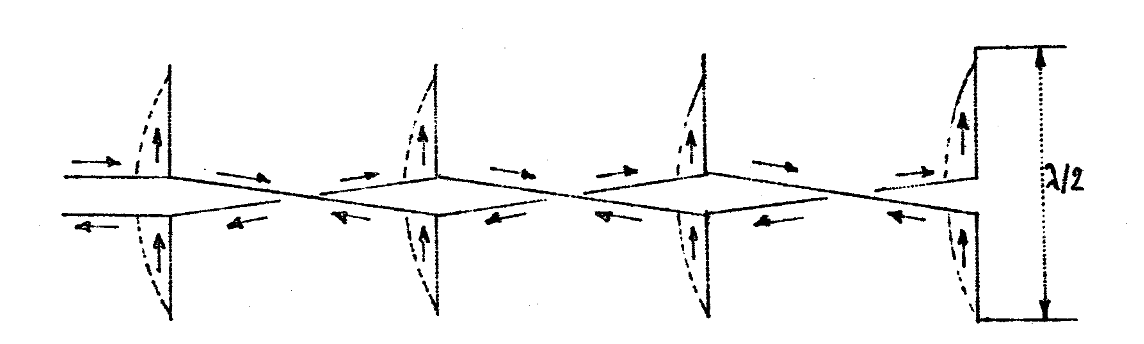


Fig. 208

8.6 ANTENNES A LARGE BANDE

Les antennes étudiées précédemment à l'exception des antennes à ondes progressives, n'étaient utilisables que pour une fréquence ou une bande très étroite de fréquences . Dans certains cas (Télévision, radar, etc...) le problème est plus complexe car la bande à transmettre peut être égale à 5 ou même 10% de la fréquence porteuse . Il faut que l'impédance de l'antenne varie peu dans la bande de fréquence transmise afin d'éviter des réflexions parasites qui produiraient des "images fantômes" .

Pour atteindre ce but des antennes très diverses sont utilisées (Fig. 209) .

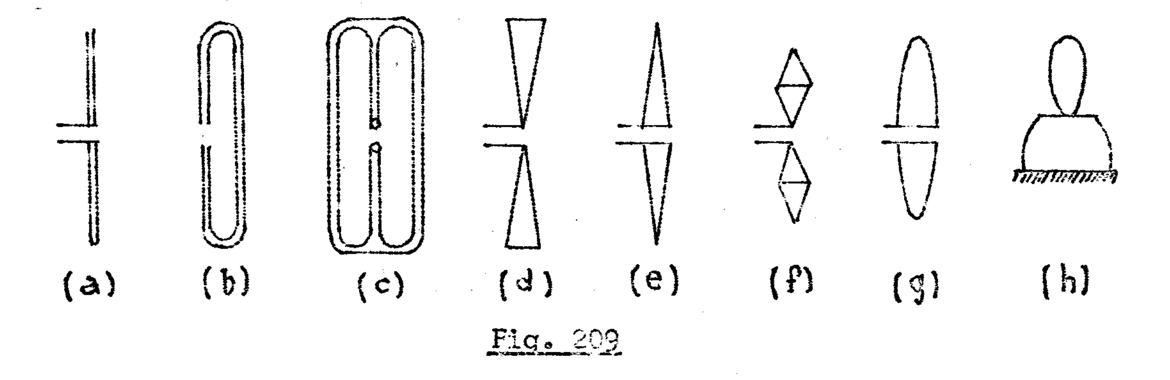


Fig. 209

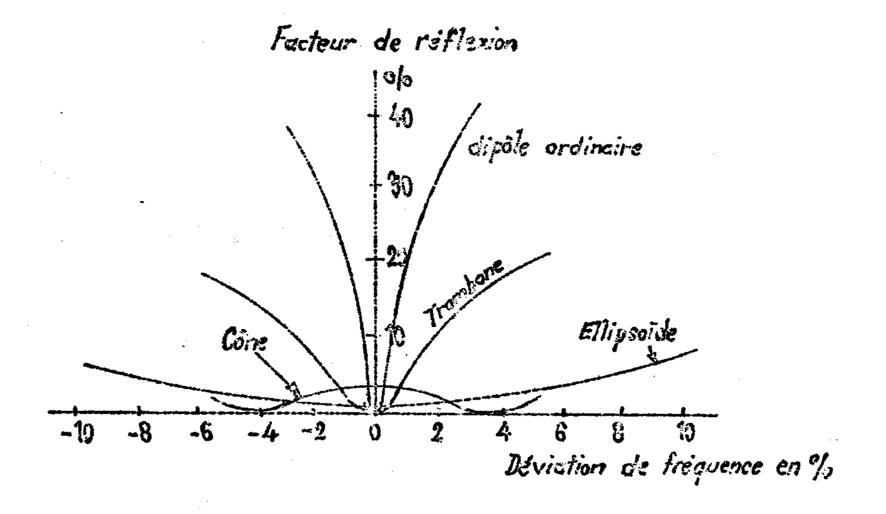


Fig. 210

On distingue :

- l'antenne cylindrique (a)
- l'antenne trombone (b)
- l'antenne double trombone (c)
- l'antenne cône (d)
- l'antenne diamant (e)
- l'antenne double diamant (f)
- l'antenne ellipsoïdales (g et h)

La figure 210 donne les valeurs du facteur de réflexion de quelques antennes comparées au dipôle ordinaire de faible section .

Antenne trombone .

Replions une ligne de longueur λ en régime stationnaire comme le montre la figure 211 . Nous obtenons une antenne trombone.

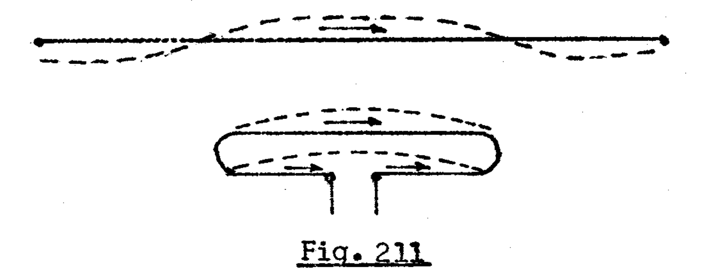


Fig. 211

Les conducteurs parallèles traversés par des courants de même sens ajoutent leur rayonnement .

L'écartement des conducteurs étant très faible devant λ, il n'en résulte aucun effet directif particulier .

Calculons la résistance effective d'un trombone dont le conducteur a une section constante . Soit I eff le courant dans l'antenne trombone . Celle-ci est équivalente au point de vue rayonnement à un dipôle simple traversé par un courant 2 I eff. Ainsi la puissance rayonnée par le trombone est :

$$P = 73 \; (2 \; I \; eff)^2$$

La résistance effective de l'antenne est donc :

$$R = 73 \times 4 = 292 \text{ ohms}$$

On compte pratiquement de 290 à 300 Ω .

Le trombone double à 3 conducteurs de même section présente une résistance effective 9 fois plus élevée que celle d'un dipôle (de l'ordre de 660 Ω) .

Remarque : Lorsque les conducteurs d'un trombone n'ont pas le même diamètre, le coefficient multiplicateur d'impédance est différent; il dépend du rapport des diamètres et de la distance entre les deux conducteurs .

Les trombones sont souvent utilisés avec réflecteur et directeurs . Les brins rayonnants sont assemblés en leur point milieu par une tige pouvant être conductrice . L'ensemble à une très grande rigidité mécanique .

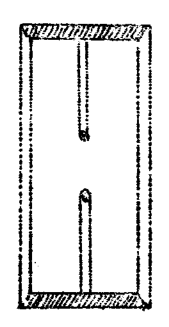


Fig. 212

Fig.213

Les brins parasités réduisent l'impédance de l'antenne et avec un radiateur trombone il est possible d'obtenir l'impédance normale de 75Ω ; courante pour les feeders de descente .

8.7 FEEDERS

Un aérien d'émission se trouve en général à une certaine distance de l'émetteur . Le transfert de l'énergie haute fréquence est assuré par une ligne appelée feeder .

On distingue deux types principaux de feeders :

Les feeders à ondes stationnaires
Les feeders à ondes progressives .

L'emploi des feeders chargés sur leur impédance caractéristique, c'est-à-dire fonctionnant en régime progressif, conduit à un meilleur rendement qu'avec les feeders à ondes stationnaires.

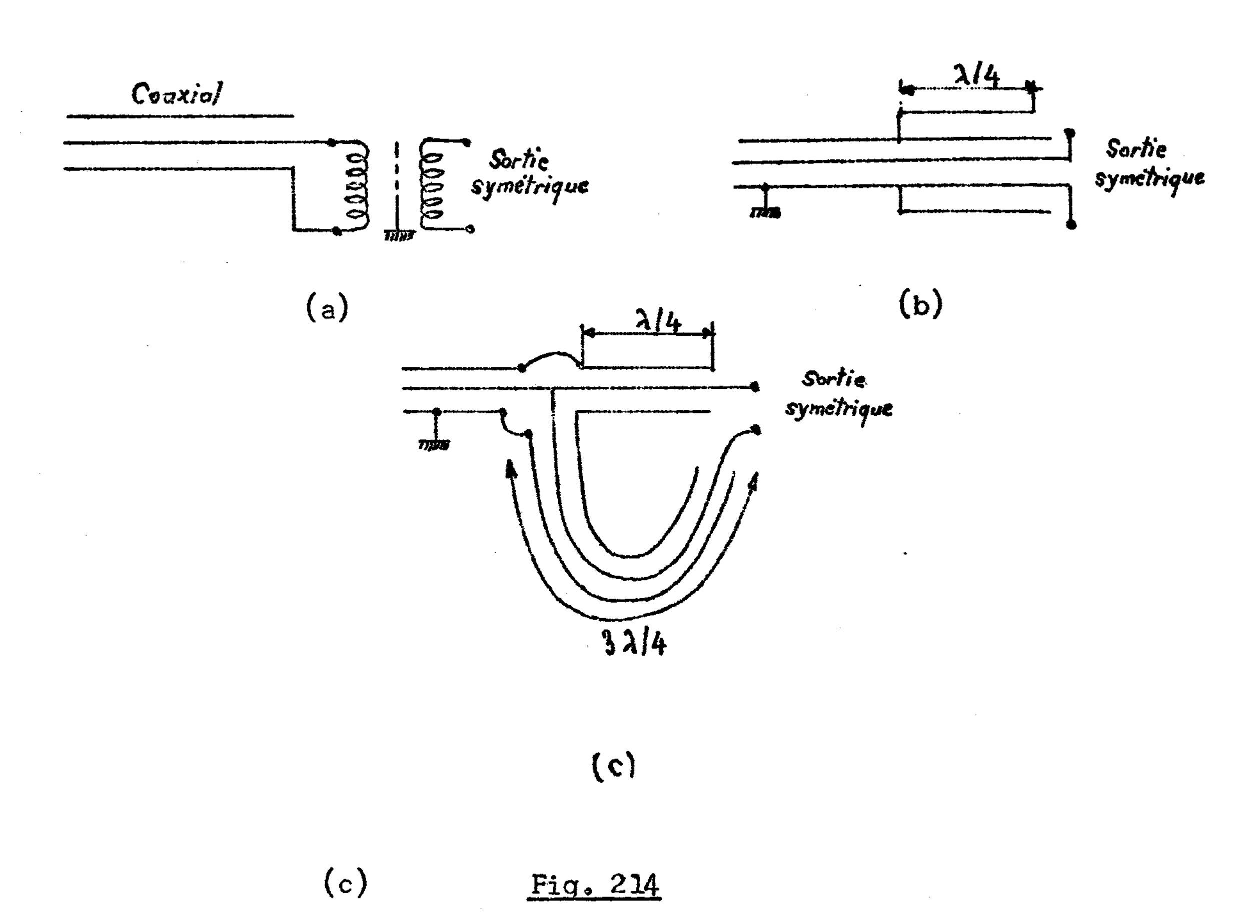
On peut utiliser :

- des lignes coaxiales . Ces lignes sont dissymétriques . Elles sont réalisées avec des isolants à faibles pertes tels que trolitul, polystyrene ou polythène . On utilise généralement des lignes à 75 ohms .

Dans le cas d'attaque d'une antenne symétrique, la ligne coaxiale doit comporter à sa sortie un système d'adaptation dissymétrique-symétrique .

L'adaptation peut se faire par un transformateur à écran. (Fig.214 a)

On utilise d'autres dispositifs, parmi ceux-ci l'adaptation par tube quart d'onde (Fig.214 b) Le demi-dipôle relié au t tube extérieur du coaxial est isolé de la masse par un tube quart d'onde fermé du côté masse et présentant ainsi une impédance élevée du côté ouvert .



(c) Fig. 214

Une autre solution consiste à produire une inversion de phase par un tronçon de ligne ayant $\lambda/2$ de plus que la ligne directe (Fig. 214 c) .

- des lignes bifilaires . Ces lignes symétriques introduisent des pertes très faibles . En pratique, on réalise des lignes bifilaires pour des impédances comprises entre 200 et 700 Ω . On utilise souvent des lignes à 600 ohms réalisées avec deux fils émaillés de 15/10 distants de 11 cm . On trouve également des lignes à 300 Ω ruban isolées à l'alcathène (pertes inférieures à 0,8 db pour 100 pieds) .

L'utilisation de feeders à ondes progressives nécessite une adaptation exacte de l'impédance de la ligne à l'impédance de l'aérien de façon à éviter les réflexions .

Lorsque l'impédance de la ligne est égale à l'impédance de l'antenne, la liaison est faite directement . Dans le cas contraire on utilise les solutions suivantes :

- adaptation par transformateur quart d'onde (pour
- adaptation par boucle (mémoire

- Adaptation en trapèze .

L'impédance d'une antenne dipôle, faible au milieu croit au fur et à mesure que l'on s'écarte du centre pour être maximum aux extrémités . On peut utiliser cette caractéristique pour chercher le long de l'antenne deux points dont l'impédance s'accorde à celle de la ligne , il faut évidemment que l'impédance de la ligne soit supérieure à l'impédance au centre de l'antenne .

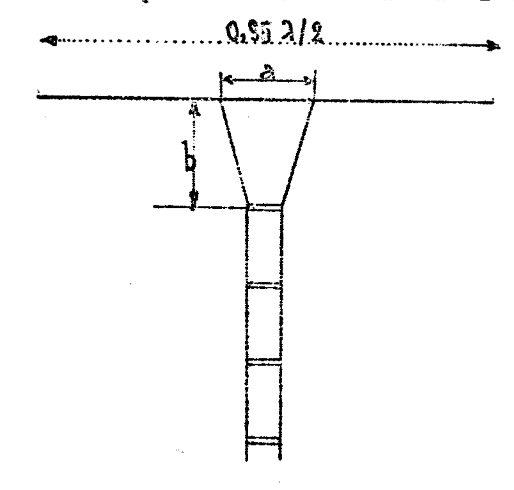


Fig. 215.

Ce principe est très utilisé car l'antenne est de réalisation facile en raison de la continuité mécanique du brin rayonnant . Celui-ci peut par exemple être réalisé par un tube .

- La longueur de l'antenne est $L = 0,95 \frac{\lambda}{2}$

c'est-à-dire en fonction de la fréquence

$$L = \frac{143}{f}$$ en mètre (avec f en M hz)

Le trapèze de raccordement est, dans le cas d'une ligne à 600 ohms, donné par :

$$a = K \frac{150}{f} \text{ mètres}$$

$$b = \frac{45}{f} \text{ mètres}$$

avec f en Mhz .

K un coefficient égal à 0,25 pour $f < 3$ Mhz
0,24 pour $3 < f < 28$ Mhz
0,23 pour $f > 28$ Mhz

Antenne Hertz-Windom .

L'antenne Hertz-Windon dérive de l'antenne en trapèze . Le feeder ne comporte qu'un conducteur attaquant l'antenne 1/2 onde au tiers de sa longueur .

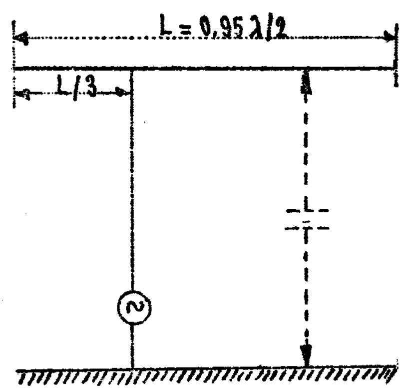


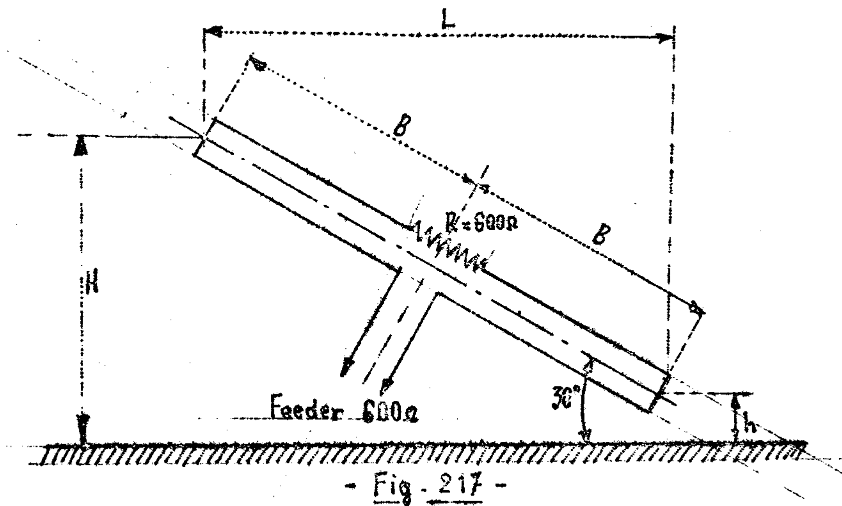
Fig.216

Dans ce cas la capacité avec le sol assure le retour du courant. Pour un fonctionnement en régime progressif, il faut que le feeder attaque l'antenne perpendiculairement et que la prise de terre soit bonne .

8,8 ANTENNE R.C.A.

Cette antenne qui porte le nom de la firme Américaine qui l'a réalisée le première est très utilisée dans les services de l'Aviation Civile Française en raison de son diagramme sensiblement circulaire, donc particulièrement indiqué pour une liaison " Air-sol", de sa facilité de réalisation et de son bas prix.

L'antenne est constituée par un "folded dipôle" incliné de 30° sur l'horizontale comme l'indique la figure 217. Elle permet de transmettre une large bande de fréquences et ses dimensions sont calculées sur la fréquence la plus basse à transmettre.



- Fig. 217 -

Si F est cette fréquence et λ la longueur d'onde correspondante on a

$$A = \frac{\lambda}{100} \qquad B = \frac{\lambda}{6} \quad (A, B \ \& \ \lambda \text{ en mètres})$$

La résistance d'absorption R est une résistance de 600Ω non inductive pouvant dissiper une puissance égale à 30 % de la puissance d'émission.

Pour les puissances supérieures à 500 watts on remplace R par une ligne d'absorption d'impédance caractéristique 600 Ω

Le feeder de 600 Ω connecté comme l'indique la figure 216 bis doit attaquer l'antenne perpendiculairement.

Le tableau ci-dessous donne les dimensions de l'antenne pour les bandes de fréquences usuelles

Gamme	A(mètres)	B (mètres)	H (mètres)	h (mètres)	L (mètres
3 à 15 mégahertz	1	16,7	17,5	1,85	32
4 à 20 mégahertz	0,75	12,5	15,8	1,85	25,3
5 à 25 mégahertz	0,6	10	13,75	1,82	21,7
6 à 30 mégahertz	0,5	8,33	11,6	1,82	18,1
7 à 30 mégahertz	0,43	7,15	9,75	1,8	15
8 à 30 mégahertz	0,375	6,25	8,2	1,8	12,6
9 à 30 mégahertz	0,33	5,55	6	1,77	8,75
10 à 30 mégahertz	0,3	5,5	4	1,77	5,32